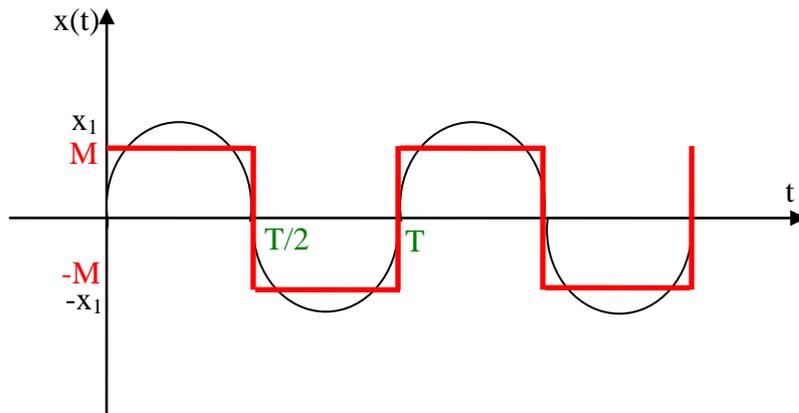


Exercice 1:

1- Représentation des signaux d'entrée et de sortie du bloc non-linéaire



2- Recherche des expressions du gain complexe équivalent et du lieu critique.

- La caractéristique d'entrée sortie est symétrique par rapport à l'origine $W_0=0$.

- Le type de cette non-linéarité est sans mémoire donc la partie imaginaire est nulle $A_1=0$.

$$W(t)=B_1\sin(\omega t)= W_1\sin(\omega t+\psi) \quad \text{avec} \quad \psi = \text{Arctg}\left(\frac{A_1}{B_1}\right)=0$$

$$B_1 = \frac{2}{T} \int_0^T W(t) \sin(\omega t) dt$$

Les conditions de symétrie permettent la réduction de l'intervalle d'intégration à $T/4$. On obtient donc:

$$B_1 = \frac{8}{T} \int_0^{T/4} W(t) \sin(\omega t) dt = \frac{8}{T} \int_0^{T/4} M \sin(\omega t) dt = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} M \sin(\theta) d\theta$$

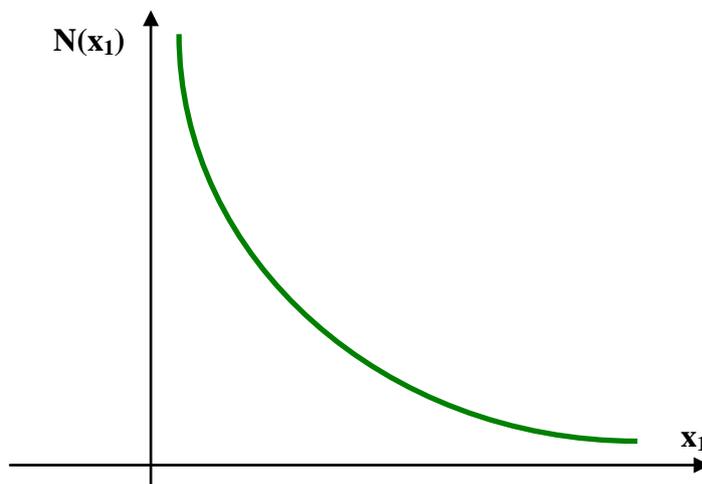
Ceci après le changement de variables.

$$B_1 = \frac{4M}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sin(\theta) d\theta = \frac{4M}{\pi} \left[-\cos(\theta) \right]_0^{\pi/2} = \frac{4M}{\pi}$$

Donc :

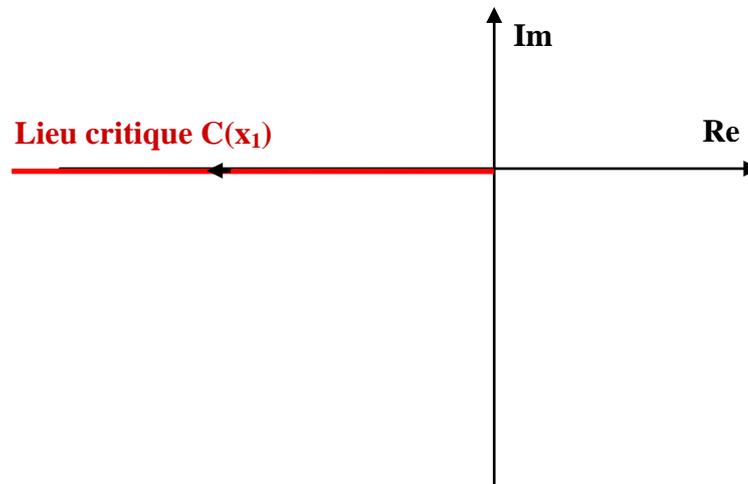
$$N(x_1) = \frac{B_1}{x_1} = \frac{4M}{\pi x_1} \quad \text{et} \quad C(x_1) = \frac{-1}{N(x_1)} = -\frac{\pi x_1}{4M}$$

3- * Tracé du gain complexe équivalent $N(x_1)$.



Car : pour $x_1=0$ on a $N(x_1) \longrightarrow +\infty$
 pour $x_1 \longrightarrow +\infty$ on a $N(x_1)=0$

* Tracé du lieu Critique $C(x_1)$.



Car : pour $x_1=0$ on a $C(x_1)=0$
 pour $x_1 \longrightarrow +\infty$ on a $C(x_1) \longrightarrow -\infty$

Exercice 2:

1- Trouver les expressions de $L(j\omega)$, $L'(j3\omega)$, $L'(j5\omega)$ et le lieu de Cypkin au cas ou

$$L(p) = \frac{10}{p(p+1)}$$

2- Tracer le lieu de Nyquist de $L(p)$ et du lieu de Cypkin,

3- Etudier la stabilité au cas ou la non-linéarité est un plus ou moins idéal.

3- Etudier la stabilité au cas ou la non-linéarité est un plus ou moins avec hystérésis.

Correction:

1-* Recherche de l'expressions de $L(j\omega)$,

$$L(j\omega) = \frac{10}{j\omega(j\omega+1)} = \frac{-j10}{\omega(j\omega+1)} = \frac{-j10(1-j\omega)}{\omega(\omega^2+1)} = \frac{-10\omega + j10}{\omega(\omega^2+1)}$$

$$\operatorname{Re}(L(j\omega)) = \frac{-10}{\omega(\omega^2+1)} \quad \text{et} \quad \operatorname{Im}(L(j\omega)) = \frac{10}{\omega(\omega^2+1)}$$

- Recherche de l'expressions de $L'(j3\omega)$,

$$L(j3\omega) = \frac{10}{j3\omega(j3\omega+1)} = \frac{-j10}{3\omega(j3\omega+1)} = \frac{-j10(1-j3\omega)}{3\omega(9\omega^2+1)} = \frac{-30\omega + j10}{3\omega(9\omega^2+1)}$$

Ceci donne $\operatorname{Re}(L(j3\omega)) = \frac{-10}{(9\omega^2 + 1)}$ et $\operatorname{Im}(L(j3\omega)) = \frac{10}{3\omega(9\omega^2 + 1)}$

D'où $L'(j3\omega) = \frac{-30\omega}{3\omega(9\omega^2 + 1)} + j \frac{10}{9\omega(9\omega^2 + 1)}$

- Recherche de l'expressions de $L'(j5\omega)$,

$$L(j5\omega) = \frac{10}{j5\omega(j5\omega + 1)} = \frac{-j10}{5\omega(j5\omega + 1)} = \frac{-j10(1 - j5\omega)}{5\omega(25\omega^2 + 1)} = \frac{-50\omega + j10}{5\omega(25\omega^2 + 1)}$$

Ceci donne $\operatorname{Re}(L(j5\omega)) = \frac{-10}{(25\omega^2 + 1)}$ et $\operatorname{Im}(L(j5\omega)) = \frac{10}{5\omega(25\omega^2 + 1)}$

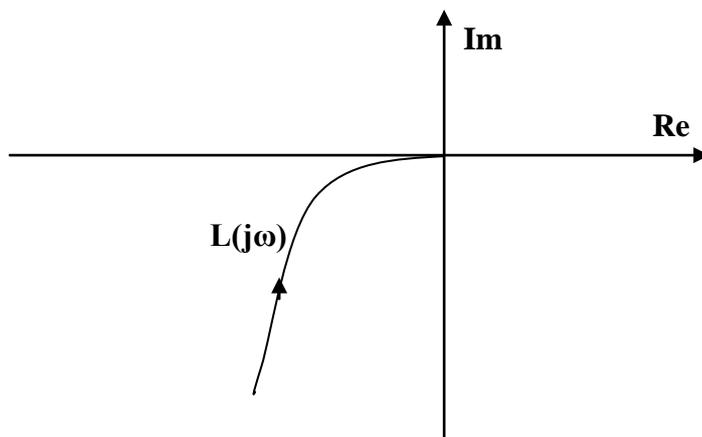
D'où $L'(j5\omega) = \frac{-10}{(25\omega^2 + 1)} + j \frac{10}{25\omega(25\omega^2 + 1)}$

- Recherche de l'expressions du Lieu de Cypkin $\Lambda(\omega)$.

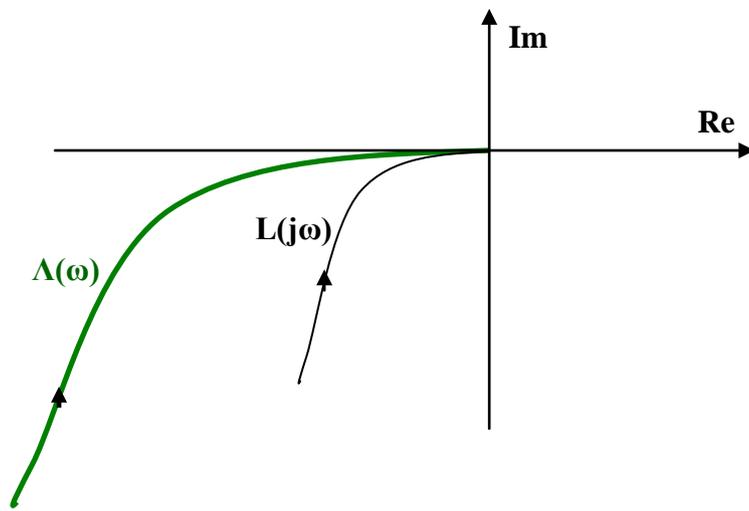
$$\Lambda(\omega) = \frac{4M}{\pi} [L(j\omega) + L'(j3\omega) + L'(j5\omega)]$$

$$\Lambda(\omega) = \frac{40M}{\pi} \left[- \left(\frac{1}{\omega^2 + 1} + \frac{1}{9\omega^2 + 1} + \frac{1}{25\omega^2 + 1} \right) + j \frac{1}{\omega} \left(\frac{1}{\omega^2 + 1} + \frac{1}{9(9\omega^2 + 1)} + \frac{1}{25(25\omega^2 + 1)} \right) \right]$$

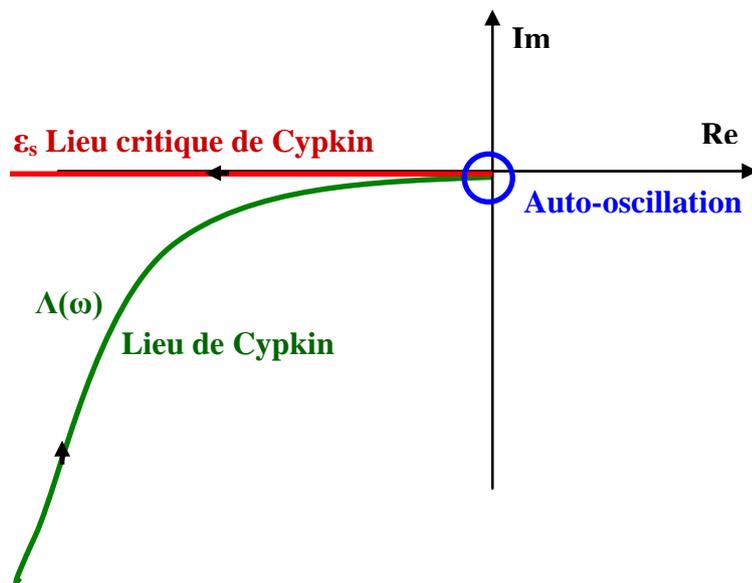
2- * Tracé du lieu de Nyquist de $L(p)$



* Tracé du lieu de Cypkin $\Lambda(\omega)$.

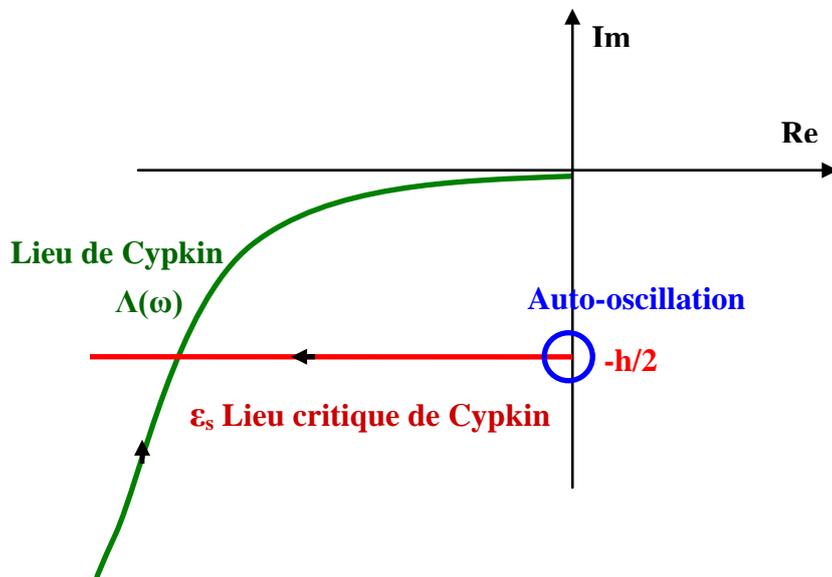


3- Etude de la stabilité au cas où la non-linéarité est un plus ou moins idéal.
 Le lieu critique de Cypkin d'une non-linéarité de type relais idéal est la droite qui coïncide avec la partie réelle négative (voir figure ci-dessous).



L'intersection entre $\Lambda(\omega)$ et la droite ϵ_s se fait à l'origine. Ceci prouve l'existence d'une auto-oscillation. Cette intersection se fait de bas en haut lorsque $\Lambda(\omega)$ est parcouru dans le sens des ω Croissants. Cette oscillation est donc stable selon Cypkin

4- Etude de la stabilité au cas où la non-linéarité est un plus ou moins avec hystérésis.



Le lieu critique de cypkin d'une non-linéarité de type relais avec hystérésis est la droite parallèle à la partie réelle négative et avec la partie imaginaire négative égale à $-h/2$ quelque soit la partie réelle. (voir figure ci-dessus).

L'intersection entre $\Lambda(\omega)$ et la droite ε_s se fait au point $(0, -h/2)$. Ceci prouve l'existence d'une auto-oscillation. Cette intersection se fait de bas en haut lorsque $\Lambda(\omega)$ est parcouru dans le sens des ω Croissants. Cette oscillation est donc stable selon Cypkin