

Contrôle continu de Mécanique des fluides (GIND1 et G3E11)

(Durée 2h00)

Date 29- 03 - 2019

Question de cours (2.5 pts) :

- 1) Expliquer le principe de mesure d'un viscosimètre à couette.
- 2) Montrer que la relation entre le débit volumétrique Q_v et la différence de pression ΔP dans le cas d'un écoulement dans une conduite uniforme, rectiligne et horizontale est :

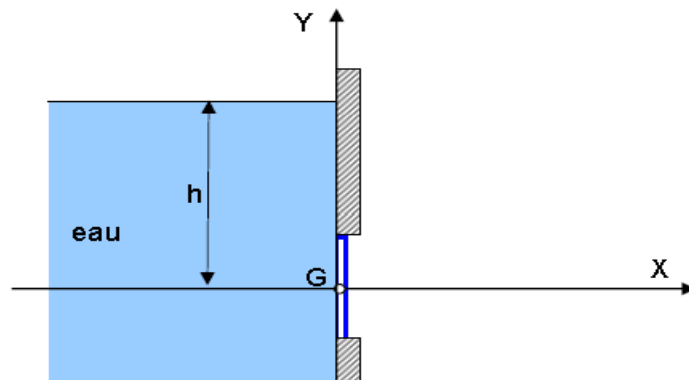
$$Q_v = \frac{\pi \Delta P}{8 \eta L} R^4$$

- 3) Vérifier que le coefficient de perte de charges linéaires dans le cas de l'écoulement de la question 2) s'écrit :

$$\lambda = \frac{64}{R_e}$$

Exercice 1 (4 pts) :

Une vanne de vidange est constituée par un disque de diamètre d pivotant autour d'un axe horizontal (G, Z). Le centre G du disque est positionné à une hauteur $h=15,3$ m par rapport au niveau d'eau.



On donne :

- le diamètre de la vanne : $d = 1$ m,
- la pression atmosphérique $P_{atm} = 1$ bar,
- l'accélération de la pesanteur $g = 9,81$ m/s²,
- la masse volumique de l'eau $\rho = 1000$ kg/m³.

- 1) Déterminer le poids volumique de l'eau.
- 2) Déterminer la pression P_G de l'eau au point G.
- 3) Calculer l'intensité de la poussée \vec{R} sur le disque.
- 4) Calculer le moment quadratique $I_{(GZ)}$ du disque par rapport à l'axe (G, Z).
- 5) Calculer le moment \vec{M}_G des forces de pression agissant sur le disque.
- 6) Déterminer la position du centre de poussée y_0 .

Exercice 2 (4 Pts)

Le champ de vitesse Eulérienne d'un écoulement est défini par :

$$U \begin{cases} u_1 = 3ax \\ u_2 = -3ay \end{cases}$$

a est une constante (m/s).

x, et y sont des coordonnées Eulériennes

- 1) Montrer que l'écoulement est incompressible et irrotationnel
- 2) Déterminer la fonction Φ potentiel des vitesses, et montrer qu'elle obéira à l'équation de Laplace $\Delta\phi = 0$
- 3) Montrer que le champ de vitesse dérive d'un potentiel vecteur que l'on déterminera. Montrer qu'elle obéira à l'équation de Laplace.
- 4) Déterminer les trajectoires et les lignes de courant de cet écoulement, conclusion
- 5) Déterminer le tenseur des déformations et des rotations de l'écoulement
- 6) On considère le potentiel complexe de l'écoulement tel que : $f = \phi + j\psi$. Montrer que

$$\frac{df}{dz} = u_1 - ju_2 \quad \text{avec } z = x + jy, \psi \text{ est la fonction de courant.}$$

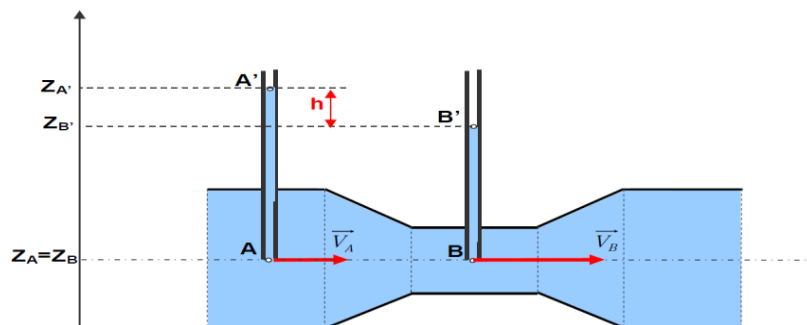
Exercice 3 : Dynamique des fluides incompressibles parfaits (4 pts)

Une conduite de section principale S_A et de diamètre d subit un étranglement en B où sa section est S_B . On désigne par $\alpha = S_A/S_B$ le rapport des sections.

Un fluide parfait incompressible de masse volumique ρ , s'écoule à l'intérieur de cette conduite.

Deux tubes plongent dans la conduite ayant des extrémités respectivement A et B.

Par lecture directe de la dénivellation h, les deux tubes permettent de mesurer le débit volumique q_v qui traverse la conduite.



- 1) Calculer la vitesse V_B en fonction de V_A et α .
- 2) Ecrire la relation de Bernoulli entre les points A et B. En déduire l'expression de la différence de pression ($P_A - P_B$) en fonction de ρ , V_A et α .
- 3) Ecrire la relation fondamentale de l'hydrostatique entre les points A et A'.
- 4) Ecrire la relation fondamentale de l'hydrostatique entre les points B et B'.
- 5) En déduire l'expression de la vitesse d'écoulement V_A en fonction de g, h, et α .
- 6) Donner l'expression du débit volumique q_v en fonction de d, g, h, et α .

Faire une application numérique pour :

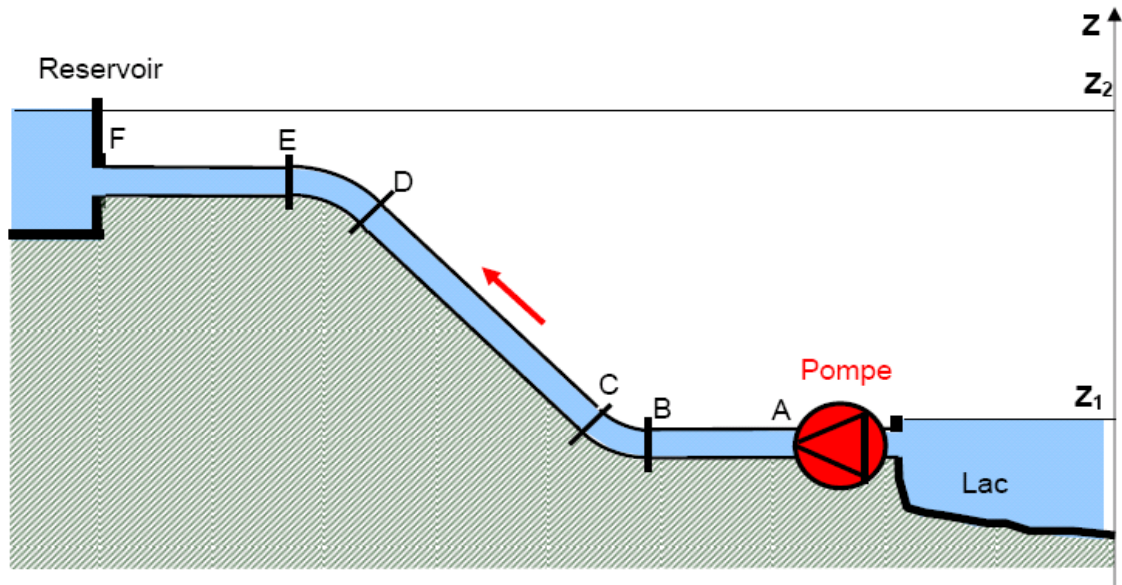
- un diamètre de la section principale $d=50$ mm,
- un rapport de section $\alpha = 2$,
- une accélération de pesanteur : $g=9,81$ m/s²,

- une dénivellation $h=10$ mm.

7) Représenter graphiquement les lignes piézométriques et les lignes de charge de l'écoulement entre A et B (préciser l'échelle utilisé pour le traçage de ces lignes).

Application : Dynamique des fluides réels incompressibles (5.5 pts)

Une pompe de débit volumique $Q_v=2$ litres/s et de rendement $\eta =70$ % remonte de l'eau à partir d'un lac jusqu'au réservoir situé sur une colline.



L'eau est acheminée dans une conduite de diamètre $d = 130$ mm formée de trois tronçons rectilignes :

- AB de longueur $L_1 = 10$ m
- CD de longueur $L_2 = 12$ m
- EF de longueur $L_3 = 8$ m

La conduite est équipée de deux coudes BC et DE à 45° ayant chacun un coefficient de perte de charge $K_s = 0,33$.

On suppose que :

- les niveaux d'eau varient lentement
- les niveaux $Z_1 = 0$ m, $Z_2 = 10$ m
- les pressions $P_1 = P_2 = P_{atm}$
- la viscosité dynamique de l'eau : $\mu = 10^{-3}$ Pa.s
- la masse volumique de l'eau : $\rho = 1000$ kg/m³
- l'accélération de la pesanteur : $g = 9,81$ m/s².
- Formule de Blasius : (pour des tuyaux lisses et $Re < 10^5$) : $\lambda = 0,316 Re^{-0,25}$

Partie I (4.5 pts) :

- 1) Calculer la vitesse V d'écoulement d'eau dans la conduite en m/s
- 2) Calculer le nombre de Reynolds Re , Préciser la nature de l'écoulement
- 3) Déterminer le coefficient de perte de charges linéaire λ
- 4) Calculer les pertes de charges linéaires
- 5) Calculer les pertes de charges singulières
- 6) Déterminer la puissance nette P_n de la pompe, En déduire la puissance P_a absorbée
- 7) Calculer la hauteur du réservoir sachant que la durée T pour remplir 90 % de son volume est de 5 heures. On donne $\Phi_R = 3$ m (diamètre du réservoir).

Partie II (1 pts) :

5) Le propriétaire de l'installation veut remplacer la pompe par une turbine qui doit fonctionner chaque jour pour une durée de 12 heures de 08h00 à 20h00. On suppose que le rendement du groupe turbine-alternateur est de 80%.

5.1) Ecrire l'équation de Bernoulli entre les niveaux 1 et 2 des réservoirs

5.2) Calculer la puissance hydraulique de la turbine. En déduire l'énergie électrique produite pendant une journée type.

Partie III (Bonus de 2pts)

5.3) L'ONEE a conclu un contrat de rachat de l'électricité du propriétaire de ce site hydroélectrique à un coût compétitif de 0,8 MAD/KWh. Calculer les coûts de l'électricité produite pendant une journée type.

5.4) L'installation en question a été réalisée avec un investissement total de 10 Millions de Dirhams.

5.4.1) Calculer le coût de performance de l'installation

5.4.2) Calculer la durée d'amortissement de l'installation sachant que le solde net annuel représente 45 % du chiffre d'affaire consolidé pendant la même période.