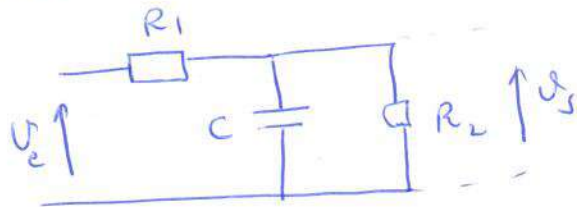


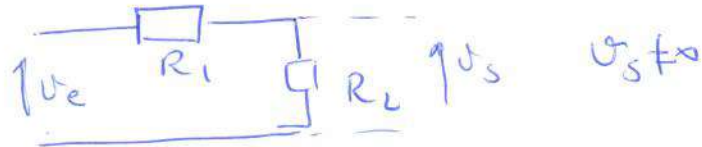
EX1 : on a le filtre passif :



1/- analyse rapide du comportement fréquentiel.

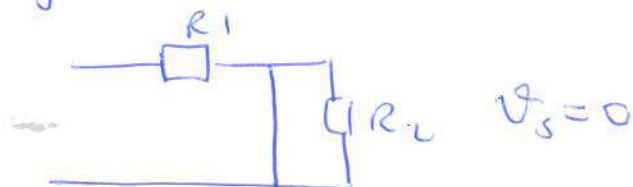
lorsque $\omega \rightarrow 0$ $Z_C = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow \infty$ $\text{---} \parallel \text{---} \equiv \text{---}$ interrupteur ouvert

le circuit se réduit



lorsque $\omega \rightarrow \infty$ $Z_C = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow 0$ $\text{---} \parallel \text{---} \equiv \text{---}$ court-circuit

le circuit devient

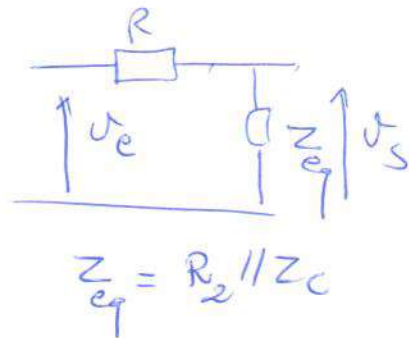


donc il s'agit d'un filtre pass-bas ($U_s \neq 0$ pour $\omega \rightarrow 0$)

2/- fonction de Transfert

par diviseur de tension

$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{Z_{eq} U_e}{Z_{eq} + R_1} = \frac{(Z_C \parallel R_2) U_e}{(Z_C \parallel R_2) + R_1}$$



$$Z_{eq} = R_2 \parallel Z_C$$

$$\text{d'où } \frac{U_s}{U_e} = \frac{Z_C \parallel R_2}{Z_C \parallel R_2 + R_1}$$

$$Z_C \parallel R_2 = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + j\omega C} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C}$$

$$R_1 + Z_C \parallel R_2 = R_1 + \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C} = \frac{(R_1 + R_2) + j\omega R_1 R_2 C}{1 + j\omega R_2 C}$$

$$H(j\omega) = \frac{R_2}{(R_1 + R_2) + j\omega R_1 R_2 C} = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)} \cdot \frac{1}{1 + j\omega \frac{R_1 R_2 C}{R_1 + R_2}}$$

$$= \frac{H(0)}{1 + j\omega \frac{\omega_0}{\omega_0}}$$

1) avec $H(0) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ gain statique.

$$\omega_0 = \frac{1}{C(R_1 // R_2)} = \frac{R_1 + R_2}{C R_1 R_2} \quad \text{pulsation de coupure.} \quad A/N \quad H(\omega) = \frac{1}{2}$$

$$\omega_0 \approx 626 \text{ rad s}^{-1}$$

3° Diagramme de Bode:

diagramme asymptotique:

• pour $\frac{\omega}{\omega_0} \ll 1 \quad H(j\omega) \rightarrow H(0)$

$$G_{dB} = 20 \log H(\omega) = 20 \log \frac{1}{2} = -6 \text{ dB}$$

$$\text{Arg } H(0) = 0^\circ \text{ degré}$$

• pour $\frac{\omega}{\omega_0} \gg 1 \quad H(j\omega) \rightarrow \frac{H(\omega)}{j \frac{\omega}{\omega_0}}$

$$G_{dB} = 20 \log H(\omega) - 20 \log \frac{\omega}{\omega_0}$$

droite de pente -20 dB/décade passant par le pt $(\log \omega_0, 20 \log H(\omega_0))$

$$\text{Arg} = 90^\circ$$

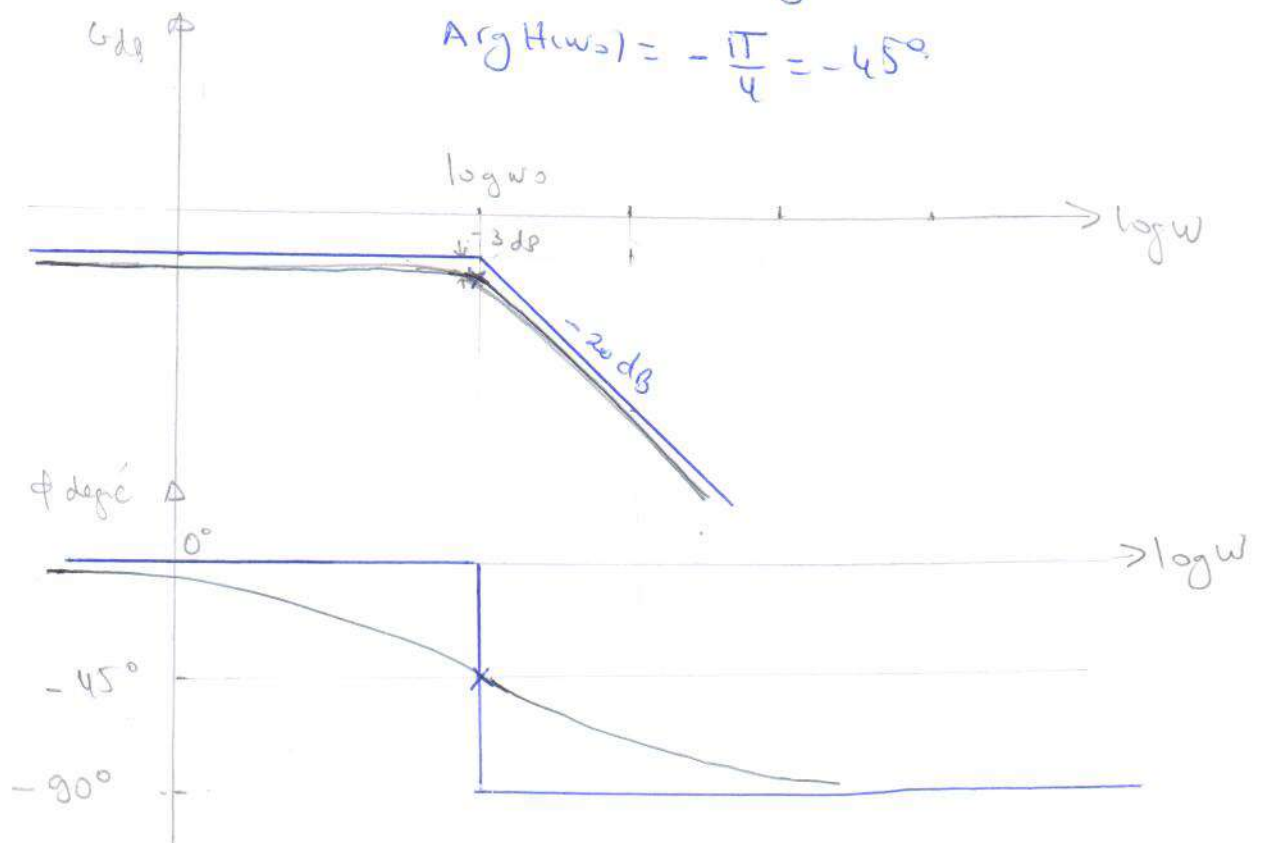
courbe réel: on s'intéresse au pt particulier soit $\omega = \omega_0$

$$\text{on } H(\omega_0) = \frac{H(\omega)}{1+j}$$

$$G_{dB} = 20 \log H(\omega) - 20 \log \sqrt{2} \quad \text{pt A}$$

$$= 20 \log H(\omega) - 3 \text{ dB} = -9 \text{ dB}$$

$$\text{Arg } H(\omega_0) = -\frac{\pi}{4} = -45^\circ$$



4° V_e étant une tension continue $\Rightarrow \omega = 0$ d.m.c. $H(j\omega) = H(\omega)$

et V_s et V_e sont réels $\frac{V_s}{V_e} = H(\omega) = \frac{1}{2}$

$$\text{donc } V_s = V_e H(\omega) = \frac{V_e}{2}$$

$$\text{A/N. } V_s = \frac{6}{2} = 3V$$

5° V_e maintenant sinusoïdal d'ampli. $V_{eff} = 6V$ $f = 10\text{kHz}$

$$V_e = \frac{6}{\sqrt{2}} \sin 2\pi f t = \frac{6}{\sqrt{2}} \sin 2000\pi t$$

5.1. calcul de l'atténuation.

$$A = \|H(j\omega = 2000\pi)\| = \left\| \frac{H(\omega)}{1 + j \frac{\omega}{2000\pi}} \right\|$$

$$\left\| \frac{1/2}{1 + j \frac{626}{2000\pi}} \right\| = 0,4975 \approx 0,5$$

$$\underline{5.2} \quad A = \frac{V_{seff}}{V_{eff}} \Rightarrow V_{seff} = A \cdot V_{e,eff} \approx 3V$$

Ex2 : soit $H(j\omega) = \frac{(1+j\frac{\omega}{\omega_0}) (1+0,2j\frac{\omega}{\omega_1} + (j\frac{\omega}{\omega_1})^2)}{(j\frac{\omega}{\omega_0})^2 [1+j\frac{\omega}{\omega_2} + (j\frac{\omega}{\omega_2})^2] (1+j\frac{\omega}{\omega_3})}$

avec $\omega_1 = 10\omega_0$, $\omega_2 = 100\omega_0$ et $\omega_3 = 1000\omega_0$

1° on peut écrire $H(j\omega) = H_1 H_2 H_3 H_4 H_5$

avec $H_1 = (1+j\frac{\omega}{\omega_0})$, $H_2 = \frac{1}{(j\frac{\omega}{\omega_0})^2}$, $H_3 = (1+0,2j\frac{\omega}{\omega_1} + (j\frac{\omega}{\omega_1})^2)$

$H_4 = \frac{1}{(1+(j\frac{\omega}{\omega_2}) + (j\frac{\omega}{\omega_2})^2)}$ et $H_5 = \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_3}}$

pour déterminer ε_1 , on s'intéresse au terme d'ordre 2. H_3

la forme canonique est $1+2\varepsilon_1(j\frac{\omega}{\omega_1}) + (j\frac{\omega}{\omega_1})^2 = 1+0,2j\frac{\omega}{\omega_1} + (j\frac{\omega}{\omega_1})^2$

par identification $2\varepsilon_1 = 0,2 \Rightarrow \boxed{\varepsilon_1 = 0,1}$

de même pour H_4 on $\frac{1}{1+(j\frac{\omega}{\omega_2}) + (j\frac{\omega}{\omega_2})^2} = \frac{1}{1+2\varepsilon_2 j\frac{\omega}{\omega_2} + (j\frac{\omega}{\omega_2})^2}$

d'où $2\varepsilon_2 = 1 \Rightarrow \boxed{\varepsilon_2 = 0,5}$

on peut remarquer que ε_1 et ε_2 sont $< \frac{1}{\sqrt{2}}$ donc on aura les phénomènes de résonances pour $\omega \approx \omega_1$ et $\omega \approx \omega_2$.

2° courbe de Bode

• diagrammes asymptotique

1). Etude de $H_1 = 1+j\frac{\omega}{\omega_0}$

- pour $\frac{\omega}{\omega_0} \ll 1$ (faible fréquence) $H_1 \approx 1$

$G_{dB} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}$ droite (pour) horizontale pour $\omega < \omega_0$

$\phi = \text{Arg } H_1 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}$ droite horizontale pour $\omega < \omega_0$

- pour $\frac{\omega}{\omega_0} \gg 1$ (haute fréquence) $H_1 \approx j\frac{\omega}{\omega_0}$

$G_{dB} = 20 \lg \frac{\omega}{\omega_0} = 20 \lg \omega - 20 \lg \omega_0 \Rightarrow$ droite passante par $\omega = \omega_0$
de pente 20 dB/décade

$\phi = \text{Arg} H_1 = \frac{\pi}{2} = 90^\circ \Rightarrow$ droite horizontale ($\phi = 90^\circ$) pour $\omega > \omega_0$

voir diagramme.

2) Etude de $H_2 = \frac{1}{(j\frac{\omega}{\omega_0})^2}$ il s'agit d'un double intégrateur
la courbe réel coïncide avec l'asymptote

cette dernière est une droite de pente -40 dB/décade et
passante par $\omega = \omega_0$

pour $\phi = \text{Arg} H_2 = -\pi = -180^\circ \forall \omega$ droite horizontale

3/ $H_3 = 1 + 0,2 j\frac{\omega}{\omega_1} + (j\frac{\omega}{\omega_1})^2$

pour $\frac{\omega}{\omega_1} \ll 1$ $H_3 \approx 1$

$G_{dB} = 0 \Rightarrow$ droite horizontale, $\phi = \text{Arg} H_3 = 0 \Rightarrow$ droite horizontale

pour $\frac{\omega}{\omega_1} \gg 1$ $H_3 \approx (j\frac{\omega}{\omega_1})^2$

$G_{dB} = 20 \lg |H_3| = 40 \lg \omega - 40 \lg \omega_1$ droite passante par
 $\omega_0 = \omega_1$ et de pente 40 dB/décade

$\phi = \text{Arg} H_3 = \pi = 180^\circ$ droite horizontale

$$H_4 = \frac{1}{1 + (j\frac{\omega}{\omega_2}) + (j\frac{\omega}{\omega_2})^2}$$

pour $\frac{\omega}{\omega_2} \ll 1$ $H_4 \approx 1$ $G_{dB} = 0$ droite horizontale

$\phi = \text{Arg} H_4 = 0$ " horizontale

pour $\frac{\omega}{\omega_2} \gg 1$ $H_4 \approx \frac{1}{(j\frac{\omega}{\omega_2})^2}$ $G_{dB} = 20 \lg \frac{1}{(\frac{\omega}{\omega_2})^2}$
 $= -40 \lg \omega + 40 \lg \omega_2$

droite passant par ω_2 et de pente -40 dB/décade

$$\phi = \text{Arg } H_4 = -\pi = -180^\circ$$

$$5/ H_5 = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_3}}$$

pour $\frac{\omega}{\omega_3} \ll 1$ $H_5 \approx 1$ $G_{dB} \approx 0$ droite horizontale
 $\text{Arg } H_5 = 0$ droite horizontale

• pour $\frac{\omega}{\omega_3} \gg 1$ $H_5 \approx \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_3}}$ $G_{dB} = -20 \log \omega + 20 \log \omega_3$
 droite passant par ω_3 et de pente -20 dB/décade

$$\text{Arg } H_5 = -\frac{\pi}{2} = -90^\circ$$

• l'allure réelle de $H(j\omega)$,

il suffit de chercher les valeurs de $H(j\omega)$ aux voisinage de points particuliers :

$$\text{pour } \omega = \omega_0 \quad H(j\omega = \omega_0) = \frac{(1+j)(1 + 0,2 \times 0,1j + (0,1j)^2)}{(j)^2 (1 + 0,01j + (0,01j)^2) (1 + 0,001j)}$$

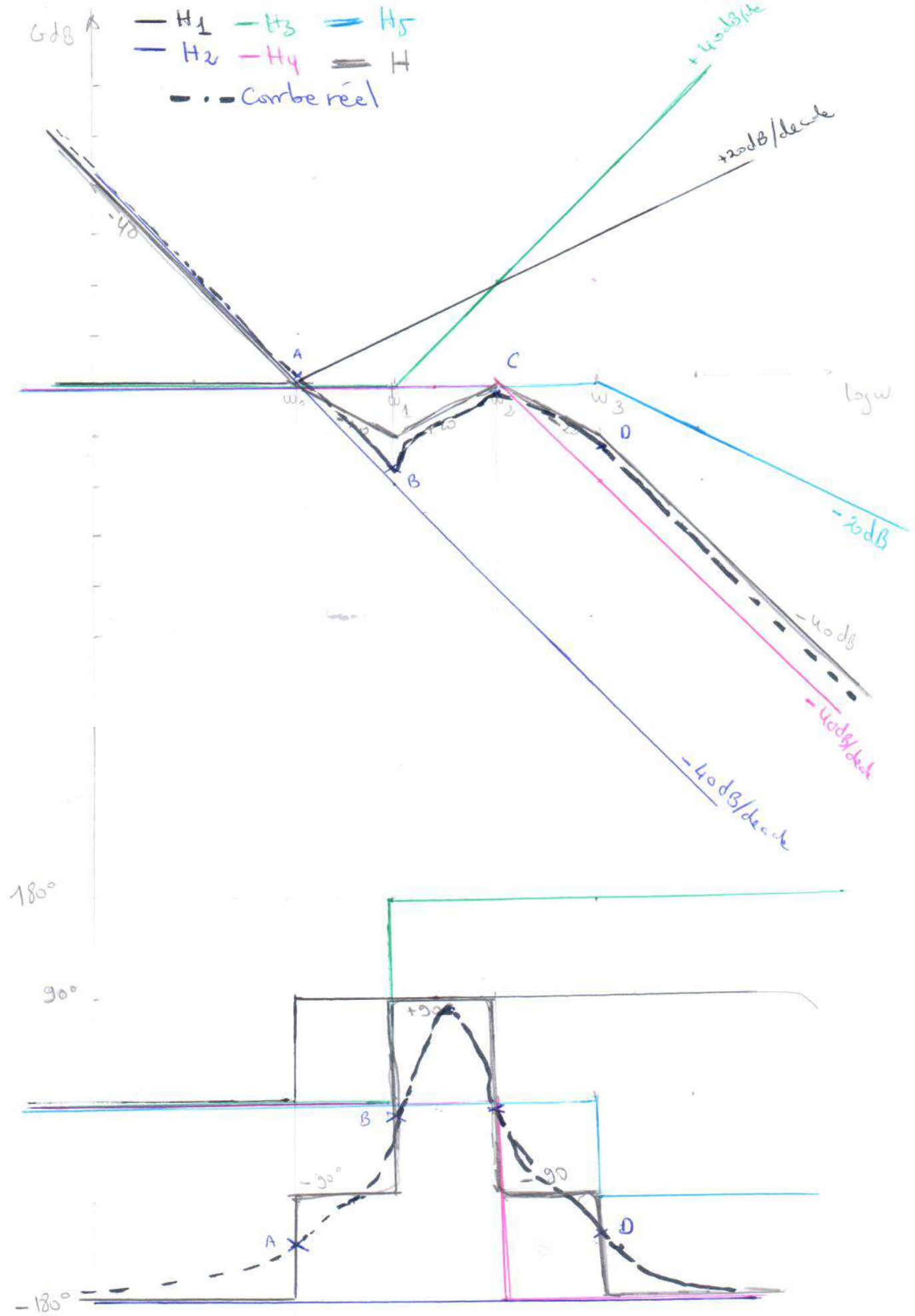
$$|H(\omega = \omega_0)| = 1,4004 \quad G_{dB} \approx +29,2 \text{ dB} \quad \phi \approx -135^\circ \quad \text{point A}$$

$$\text{• pour } \omega = \omega_1 = 10\omega_0 \quad H(j\omega = \omega_1) = \frac{(1+10j)(1+2j+j^2)}{(10j)^2 (1+0,1j+(0,1j)^2) (1+0,01j)}$$

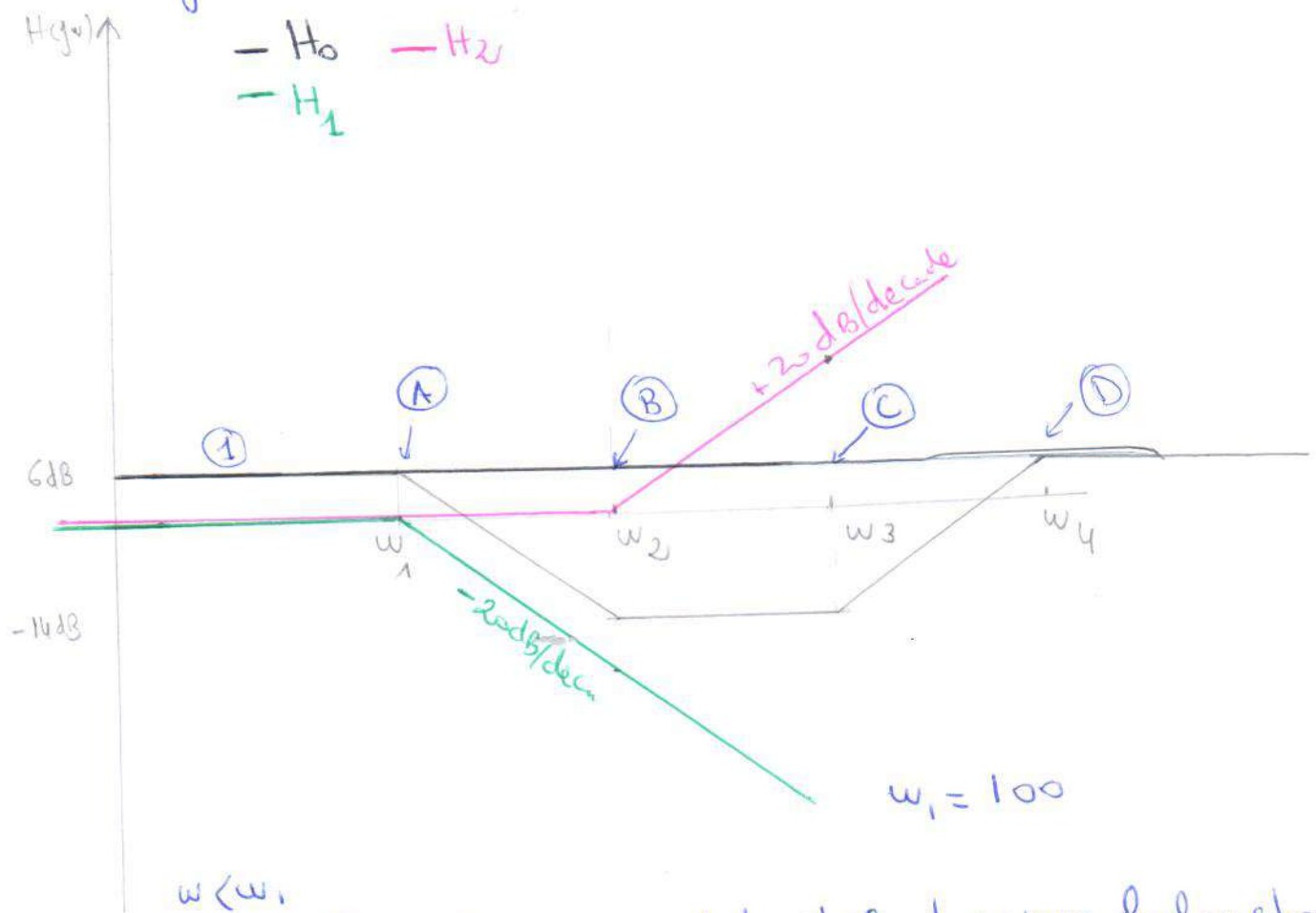
$$20 \log_{10} \|H(j\omega = \omega_1)\| \approx -33,9 \text{ dB} = G_{dB} \quad \phi = -12^\circ \quad \text{point B}$$

$$\text{• pour } \omega = \omega_2 = 100\omega_0 \quad G_{dB} \approx -0,13 \text{ dB} \quad \phi = -7,44^\circ \quad \text{pt C}$$

$$\text{• pour } \omega = \omega_3 = 1000\omega_0 \quad G_{dB} \approx -23 \quad \phi \approx -129^\circ \quad \text{pt D}$$



EX3: Détermination de transfert correspondant au diagramme:
 l'idée: est de remonter les asymptotes élémentaires à partir du diagramme.



① → pour avoir la droite horizontale il faut avoir la fonction élémentaire H_0 (gain pure):

$$H_0 = \alpha = \text{cst}$$

$$6 \text{ dB} \rightarrow 20 \log_{10} \|H_0\| = 6$$

$$\rightarrow \|H_0\| = 10^{6/20} = 2$$

$$H_0 = 2$$

 gain statique

② au pt ① on a une droite qui apparaît de -20 dB/decade , pour avoir ce comportement il faut ajouter la fonction élémentaire

$$H_1 = \frac{1}{1 + j \frac{w}{w_1}}$$

 avec $w_1 = 100 \text{ rad/s}$

③ au pt ② $H(w)$ devient constant entre w_2 et w_3 donc il faut introduire H_2 de pente $+20 \text{ dB/decade}$ pour compenser celle

de H_1

soit $H_2 = \left(1 + j\frac{\omega}{\omega_2}\right)$

$\omega_2 = 1000 \text{ rad/s}$

③ apt (C) $H(j\omega)$ devient une droite de pente $+20 \text{ dB/décade}$
donc il faut introduire H_3 tel que

$H_3 = \left(1 + j\frac{\omega}{\omega_3}\right)$

$\omega_3 = 10000 \text{ rad/s}$

④ apt (D) $H(j\omega)$ devient une droite horizontale (0 dB); il faut
donc compenser la pente $+20 \text{ dB}$ introduite par $H_3 \Rightarrow$ il faut
ajouter H_4 tel que

$H_4 = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_4}}$

$\omega_4 = 10^5 \text{ rad/s}$

finalment la fonction de Transfert $H = H_1 \cdot H_2 \cdot H_3 \cdot H_4 \cdot H_0$

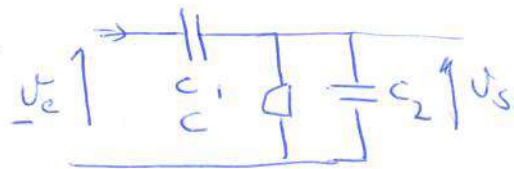
soit $H(j\omega) = \frac{2 \times (1 + j\frac{\omega}{\omega_2})(1 + j\frac{\omega}{\omega_3})}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_1})(1 + j\frac{\omega}{\omega_4})} = H_a$

• pour le diagramme b) il suffit de remarquer que

$H_a \cdot H_b = 1 \Leftrightarrow G_{dB_a} + G_{dB_b} = 0 \Leftrightarrow H_a \cdot H_b = 1$

d'm $H_b = \frac{1}{H_a} = \frac{(1 + j\frac{\omega}{\omega_1})(1 + j\frac{\omega}{\omega_4})}{2(1 + j\frac{\omega}{\omega_2})(1 + j\frac{\omega}{\omega_3})}$

EX 4 : soit le filtre passif suivant.

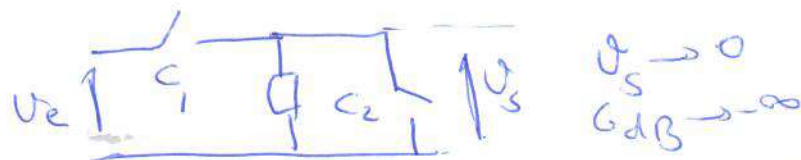


1° le degré du filtre théoriquement d'ordre 2, car le filtre comporte 2 condensateurs

2° analyse rapide du filtre pour connaître son comportement fréquentiel.

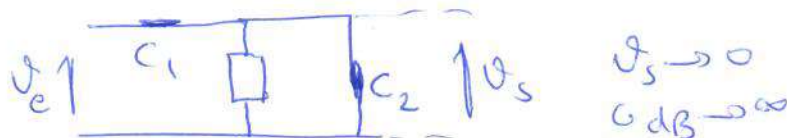
pour $\omega \rightarrow 0$ $Z_{C1} = \frac{1}{j\omega C1} \rightarrow \infty$ et $\frac{1}{C1} \equiv \checkmark$ court-circuit
 $Z_{C2} = \frac{1}{j\omega C2} \rightarrow \infty$ et $\frac{1}{C2} \equiv \checkmark$ c. ouvert

le filtre devient.



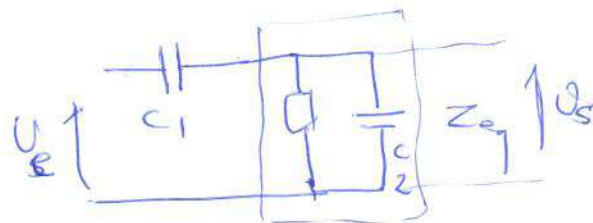
pour $\omega \rightarrow \infty$ $Z_{C1} = \frac{1}{j\omega C1} \rightarrow 0$ et $\frac{1}{C1} \equiv \text{---}$ court-circuit.
 $Z_{C2} = \frac{1}{j\omega C2} \rightarrow 0$ et $\frac{1}{C2} \equiv \text{---}$ c. circuit

le filtre devient



c/c on peut distinguer le comportement par l'analyse rapide et une étude par diagramme de Bode s'impose. pour cela cherchons la fonction de Transfert.

3° $H(j\omega) = \frac{U_s}{U_e}$



soit $Z_{eq} = R \parallel Z_{C2}$

par diviseur de tension on a $H(j\omega) = \frac{Z_{eq}}{Z_{eq} + Z_{C1}}$

$Z_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C2} = \frac{R}{1 + j\omega RC2}$

et $Z_{eq} + Z_{C1} = \frac{R}{1 + j\omega RC2} + \frac{1}{j\omega C1} = \frac{1 + j\omega RC2 + j\omega RC1}{j\omega C1} = \frac{1 + j\omega R(C1 + C2)}{j\omega C1}$

$$\text{donc } H(j\omega) = \frac{jRC_1\omega}{1 + jR(C_1 + C_2)\omega}$$

$$\text{soit } \omega_1 = \frac{1}{R(C_1 + C_2)} = 10 \text{ rad/s} \quad \text{et } \omega_2 = \frac{1}{RC_1} = 100 \text{ rad/s} = 10\omega_1$$

$$\text{donc } H(j\omega) = \frac{j\omega/\omega_2}{1 + j\omega/\omega_1}$$

R/q: $H(j\omega)$ st d'ordre 1 contrairement l'estimation théorique de Q_1
donc, il faut se méfier du nombre de capacité et bobine pour
déterminer le degré du filtre.

4/ courbe de bode

$$\bullet H(j\omega) = H_2 \times H_1 \quad \text{avec } H_1 = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}} \quad \text{et } H_2 = j\frac{\omega}{\omega_2}$$

Diagramme asymptotique

$$\bullet H_1 \rightarrow \text{pour } \frac{\omega}{\omega_1} \ll 1 \quad H_1 \sim 1 \quad \text{CdB} = 0 \quad \text{droite horizontale}$$

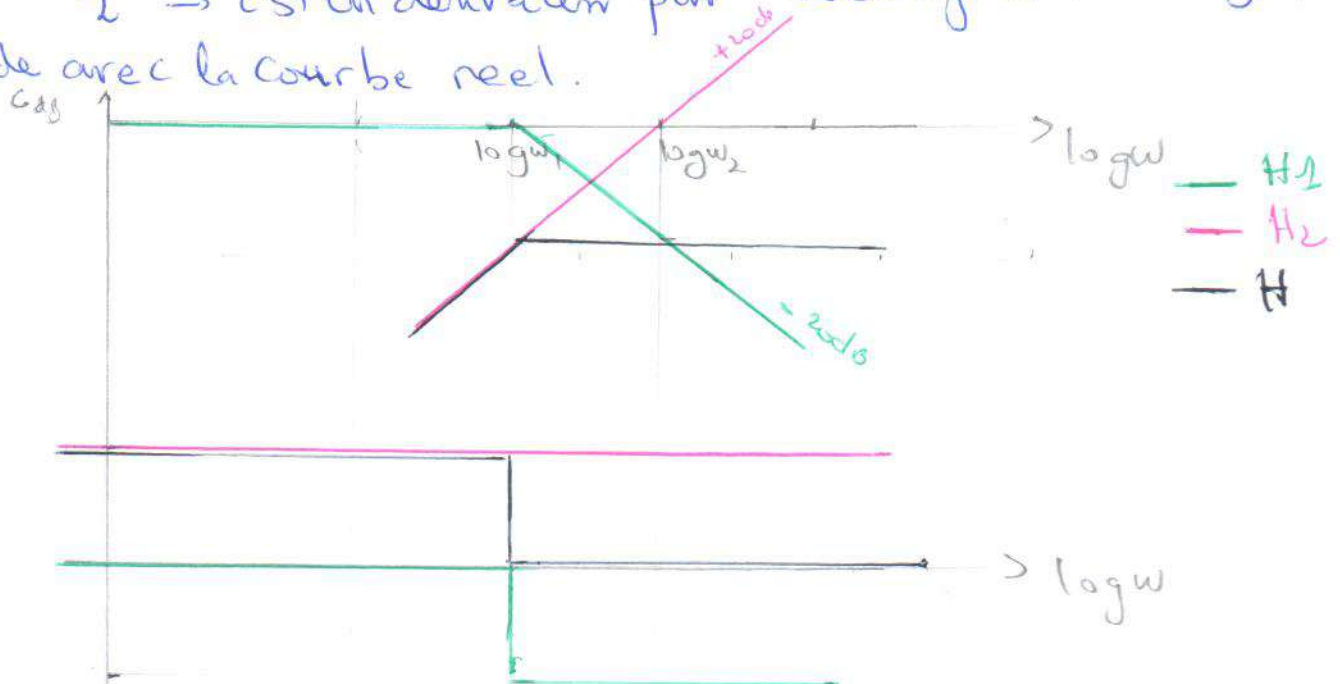
$$\text{Arg} = 0 \quad " \quad "$$

$$\rightarrow \text{pour } \frac{\omega}{\omega_1} \gg 1 \quad H_1 \sim \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_1}} \quad \text{CdB} = 20\lg\omega_1 - 20\lg\omega$$

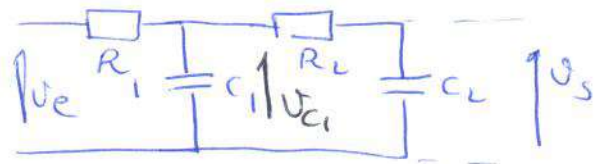
droite passante par ω_1 et de pente -20dB/déc

$$\text{Arg} = -\frac{\pi}{2} = -90^\circ$$

$\bullet H_2 \rightarrow$ c'est un dérivateur pur le diagramme asymptotique
coïncide avec la courbe réel.

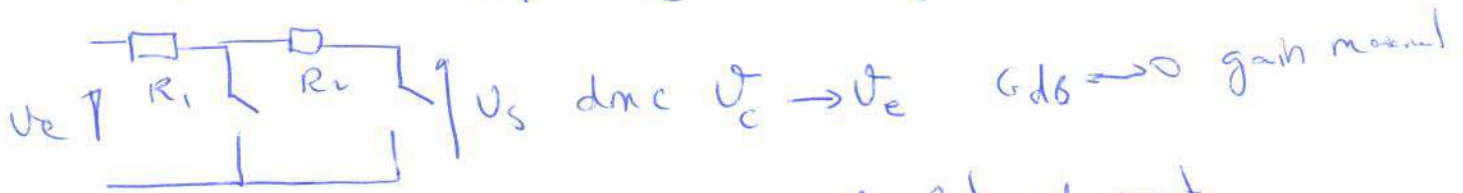


EX5 soit le filtre bipolaire

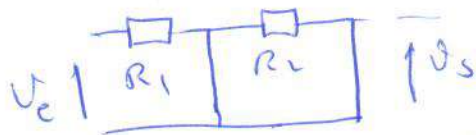


l'ordre du filtre théoriquement est 2" (2 condensateurs)
Comportement du filtre:

lorsque $\omega \rightarrow 0$ Z_{C1} et $Z_{C2} \rightarrow \infty$ le filtre devient:



lorsque $\omega \rightarrow \infty$ Z_{C1} et $Z_{C2} \rightarrow 0$ le filtre devient



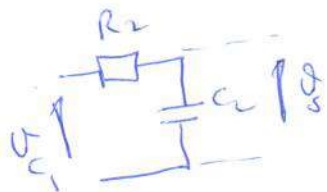
théoriquement il s'agit d'un filtre passe-bas d'ordre 2"

1°/ calcul de fonction de Transfert $H(j\omega) = \frac{U_s}{U_e}$

$$H(j\omega) = \frac{U_s}{U_e} = \frac{U_s}{U_{C1}} \cdot \frac{U_{C1}}{U_e}$$

(1) (2)

calcul de (1): on s'intéresse à la cellule au fond

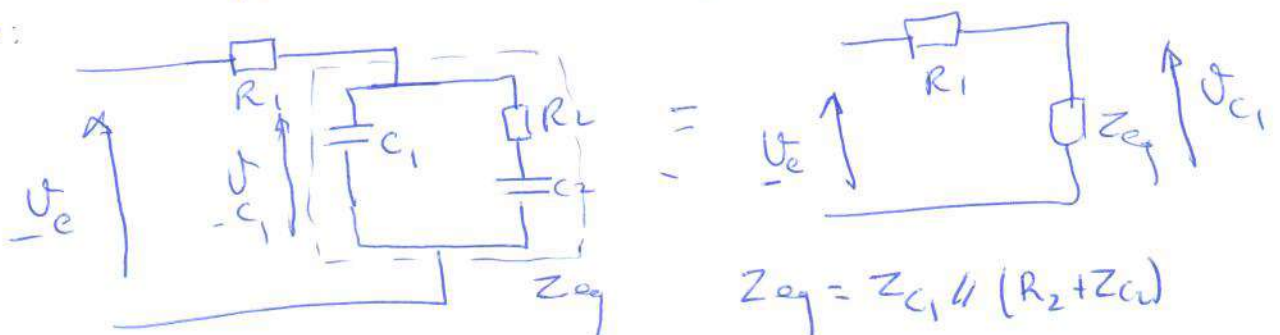


par diviseur de tension $U_s = U_{C1} \times \frac{Z_{C2}}{Z_{C2} + R_2}$

$$(1) = \frac{U_s}{U_{C1}} = \frac{Z_{C2}}{Z_{C2} + R_2} = \frac{1/j\omega C_2}{R_2 + 1/j\omega C_2}$$

$$(1) \quad \boxed{\frac{U_s}{U_{C1}} = \frac{1}{1 + j\omega R_2 C_2}}$$

on cherche le rapport (2): on peut toujours représenter le filtre
comme:



$$Z_{eq} = Z_{C1} \parallel (R_2 + Z_{C2})$$

par diviseur de tension également on peut écrire:

$$V_{C_1} = \frac{Z_{eq} V_e}{R_1 + Z_{eq}}$$

$$Z_{eq} = ?$$

$$Z_{C_2} + R_2 = R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} = \frac{1 + j\omega R_2 C_2}{j\omega C_2}$$

$$Z_{C_1} \parallel (R_2 + Z_{C_2}) = Z_{eq} = \frac{1}{\frac{j\omega C_2}{1 + j\omega R_2 C_2} + j\omega C_1} = \frac{1 + j\omega R_2 C_2}{j\omega C_2 + j\omega C_1 (1 + j\omega R_2 C_2)}$$

$$R_1 + Z_{eq} = \frac{(1 + j\omega R_2 C_2) + R_1 (j\omega C_2 + j\omega C_1 (1 + j\omega R_2 C_2))}{j\omega C_2 + j\omega C_1 (1 + j\omega R_2 C_2)}$$

$$\frac{V_{C_1}}{V_e} = \frac{Z_{eq}}{R_1 + Z_{eq}} = \frac{(1 + j\omega R_2 C_2)}{D} \cdot \frac{D}{(1 + j\omega R_2 C_2) + R_1 (j\omega C_2 + j\omega C_1 (1 + j\omega R_2 C_2))}$$

$$(2) \quad \frac{V_{C_1}}{V_e} = \frac{(1 + j\omega R_2 C_2)}{(1 + j\omega R_2 C_2 + j\omega R_1 C_2 + j\omega R_1 C_1 - R_1 C_1 R_2 C_2 \omega^2)}$$

$$d'm \quad H(j\omega) = (1) \times (2) = \frac{1}{(1 - R_1 R_2 C_1 C_2 \omega^2 + j\omega (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2))}$$

$$\text{soit } \boxed{\alpha = R_1 R_2 C_1 C_2} \text{ et } \boxed{\beta = R_1 (C_1 + C_2) + R_2 C_2}$$

$$d'm \quad H(j\omega) = \frac{1}{(1 - \alpha \omega^2 + j\beta \omega)} \quad (3)$$

29/ pour que $H(j\omega) = \frac{1}{(1 + j\frac{\omega}{a})(1 + j\frac{\omega}{b})}$ soit égale à la forme précédente (3)

$$\text{on } H(j\omega) = \frac{1}{(1 + j\frac{\omega}{b} + j\frac{\omega}{a} - \frac{\omega^2}{ab})} = \frac{1}{(1 - \frac{\omega^2}{ab} + j\omega(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}))}$$

par identification $\begin{cases} \alpha = \frac{1}{ab} \\ \text{et} \\ \beta = (\frac{1}{a} + \frac{1}{b}) = \frac{a+b}{ab} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab = \frac{1}{\alpha} \\ (a+b) = \frac{\beta}{\alpha} \end{cases}$

$$p = ab = \left(\frac{1}{R_1 C_1}\right) \left(\frac{1}{R_2 C_2}\right) \text{ et } (a+b) = \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_1 C_1} = S$$

on détermine deux inconnues, a, b , dont on connaît le produit et la somme. a et b sont solutions de l'équation du 2 degré en x

$$x^2 - Sx + p = 0 \Leftrightarrow x^2 - \frac{B}{d}x + \frac{1}{d} = 0$$

$$\boxed{dx^2 - Bx + 1 = 0}$$

3°/ pour le cas $R_1 = R_2 = R$ et $C_1 = C_2 = C$ on

$$d = (RC)^2 \text{ et } B = 3RC \text{ et } H(j\omega) = \frac{1}{(1 - R(\omega)^2 + 3jR\omega)}$$

$$\text{sat } \omega_0 = \frac{1}{RC} \text{ et } x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 - x^2 + 3jx}$$

$\varepsilon = 1,5$ filtre passe bas
d'ordre 2

• fréquence de coupure soit ω_c et tel que

$$\|H(j\omega_c)\| = \frac{H_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$H_{\max} = 1$ pas de
résonance
 $\varepsilon > 0,7$

$$\frac{1}{\sqrt{(1-x_c^2)^2 + (3x_c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x_c = \frac{\omega_c}{\omega_0}$$

$$\text{Soit } (1 - x_c^2)^2 + 9x_c^2 = 2 \Leftrightarrow x_c^4 + 7x_c^2 - 1 = 0$$

$$\text{sat } u_c = x_c^2 \Leftrightarrow u_c^2 + 7u_c - 1 = 0 \quad \Delta' = 7^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 53$$

$$u_c = x_c^2 = \frac{-7 + \sqrt{53}}{2} \text{ dont } > 0 \text{ la solution négative est à rejeter}$$

$$\text{donc } x_c = \sqrt{\frac{\sqrt{53} - 7}{2}} \approx 0,37 \Rightarrow \boxed{\omega_c = 0,37 \omega_0 = \frac{0,37}{RC}}$$

4°/ diagramme de Bode

$$\text{on } H(j\omega) = \frac{1}{1 - x^2 + 3jx} = \frac{1}{(1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2 + 3j\frac{\omega}{\omega_0})} = \frac{1}{(1 + j\frac{\omega}{a})(1 + j\frac{\omega}{b})}$$

$$\left(\frac{1}{\omega_0}\right)^2 x^2 - \frac{3}{\omega_0} x + 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = \frac{5}{\omega_0^2} \quad \text{et } a = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right) \omega_0 \quad \text{et } b = \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \omega_0$$

$$\begin{aligned} \text{donc } H(j\omega) &= \frac{1}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_0} \times \frac{2}{3+\sqrt{5}}\right) \left(1 + j\frac{\omega}{\omega_0} \times \frac{2}{3-\sqrt{5}}\right)} \\ &= \frac{1}{(1+jxA)(1+jxB)} = H_1 \cdot H_2 \end{aligned}$$

$$A = \frac{2}{3+\sqrt{5}} < \frac{2}{3-\sqrt{5}} = B$$

$$\text{avec } H_1 = \frac{1}{1+jxA} \quad \text{et } H_2 = \frac{1}{1+jxB}$$

$$\frac{1}{A} > \frac{1}{B} \\ 2,618 > 0,382$$

• Diagramme de Bode

Diagramme asymptotique

$$H_1) \quad \text{pour } x \ll 1 \quad H_1 \approx 1 \quad G_{dB} = 0 \text{ droite horizontale}$$

$$x \gg 1$$

$$H_1 \sim \frac{1}{jxA}$$

$$G_{dB} = 20(\log x - \log A)$$

droite qui passe de $\frac{1}{A} = 2,618$
de pente -20 dB/décade

$$\text{Arg} = -90^\circ$$

$$H_2) \quad \text{pour } x \ll 1$$

$$H_2 \approx 1$$

$G_{dB} = 0$ droite horizontale

$$\text{Arg} = 0$$

$$x \gg 1$$

$$H_2 \sim \frac{1}{jxB}$$

$$G_{dB} = -20 \log x - 20 \log B$$

droite passant par $\frac{1}{B} = 0,382$

$$\text{Arg} = -90^\circ$$

• courbe réel

$$\text{pour } x = \frac{1}{A} \quad \text{on } H(x) = \frac{1}{(1+j)(1+j\frac{B}{A})}$$

$$G_{dB}(x=1/A) = -19,8 \text{ dB}$$

$$\text{Arg} = -126,7^\circ$$

point B

diagramme asymptotique

pm $x \ll 1$ $H(j\omega) \sim 1$

$x \gg 1$ $H(j\omega) \sim \frac{1}{-x^2}$

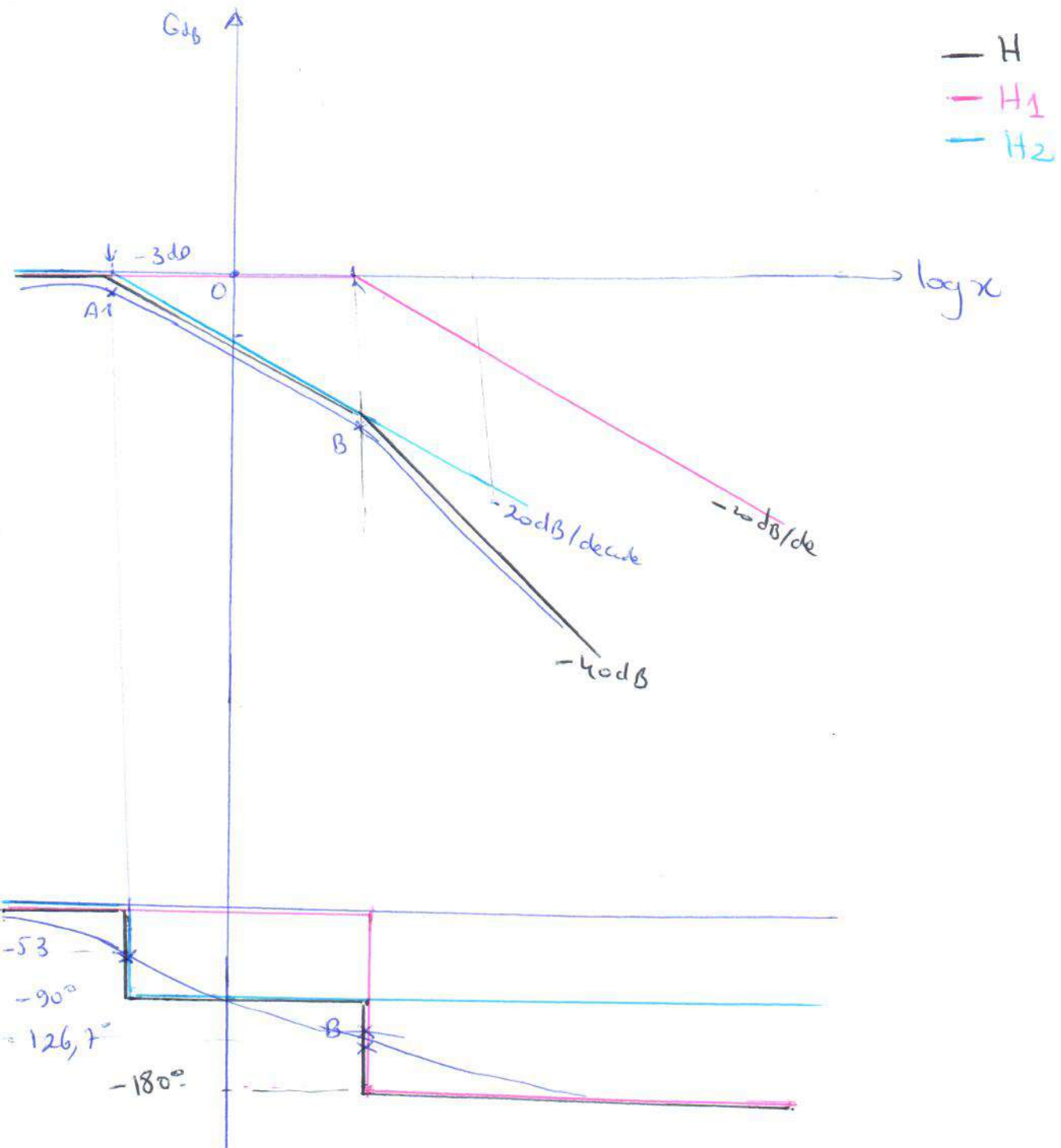
$G_{dB} = 0$ droite horizontale
 $\text{Arg} H = 0^\circ$ " "

$G_{dB} = -40 \log x$ droite passant
par $x=1$ et ie $\log x = 0$ et
de pente -40 dB/décade
 $\text{Arg} =$

Courbe réel pm $\omega = \omega_0$ (ie $x=1$) $H(j\omega) = \frac{1}{3j}$

$G_{dB} = 20 \log \frac{1}{3} = -20 \log 3 = -9,54$

$\phi = -\frac{\pi}{2} = -90^\circ$



pour $x = \frac{1}{B}$

$$H(x) = \frac{1}{(1 + j\frac{A}{B})(1 + j)}$$

$G_{dB} = -3,1dB$ $arg = -53^\circ$ $part A$