

**TD de Transferts thermiques (Série n° 2)**

Pr. A. El Fadar

**Problème**

On se propose d'étudier quelques systèmes (tube, plaques, collecteur) en régime permanent. Considérons un tube métallique de grande longueur  $l$ , de rayon  $R$ , d'épaisseur négligeable, à demi enterré dans le sol (cf. **Fig.1**) et de conductivité thermique très grande pour que l'on puisse considérer sa température comme uniforme.

On désigne par  $E=800 \text{ W.m}^{-2}$  l'éclairement au sol d'une surface normale au rayonnement solaire et on suppose que le tube absorbe intégralement ce rayonnement et échange avec l'air ambiant un flux convectif et radiatif. Le coefficient décrivant cet échange est  $h=15 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ .

Les températures du sol et de l'air sont uniformes et constantes ; elles valent respectivement :  $T_s=15^\circ\text{C}$  et  $T_e=20^\circ\text{C}$ .

1. La partie inférieure du tube est recouverte d'une surface parfaitement isolante. Calculer la température  $T_p^0$  du tube soumis au rayonnement solaire.

2. La partie inférieure du tube est recouverte maintenant d'une couche d'isolant d'épaisseur  $e_i=R$ , de conductivité thermique  $\lambda_i= 0,1 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ . En supposant que le contact entre l'isolant et le sol est parfait, démontrer que, si le flux thermique traversant cet isolant est purement radial, la nouvelle température

d'équilibre  $T_p^1$  du tube peut s'écrire sous la forme :  $T_p^1 = \frac{mT_p^0 + T_s}{m + 1}$

où  $m$  est une constante. Calculer la température  $T_p^1$ .

3. On considère maintenant un collecteur solaire constitué d'une série de tubes parallèles semblables à celui précédemment étudié, reliés par des plaques de longueur  $2L$ , d'épaisseur  $e$ , de largeur  $l$  et de conductivité thermique  $\lambda$ . L'isolation de sa partie inférieure est supposée parfaite.  $h$  étant le coefficient échange entre les plaques et le milieu ambiant.

a)- On se propose d'établir la distribution stationnaire de température  $T(x)$  entre la soudure tube-plaque ( $x=0$ ) et le plan médian ( $x=L$ ) de cette plaque. Etablir l'équation locale de bilan thermique sous la forme :

$$\frac{d^2\theta(x)}{dx^2} - \alpha^2\theta(x) = 0$$

avec :  $\alpha^2 = \frac{h}{e\lambda}$  et  $\theta(x) = T(x) - T_R$  où  $T_R$  est une température de référence dont on donnera son expression. En déduire le signe de  $\theta(x)$ .

b)- Déterminer l'expression de  $T(x)$  en fonction de  $T_R$ ,  $T_p = T(x=0)$ ,  $\alpha$ ,  $L$  et  $x$ .

4. a)- En écrivant le bilan énergétique du système  $[-R,L]$ , montrer que l'expression de  $T_p$  s'écrit :

$$T_p = T_e + \frac{E}{h} \frac{1 + F}{\beta + F}$$

$\beta$  est l'angle défini par la **figure 2** ;  $F$  est une fonction des seuls paramètres  $\alpha$ ,  $L$  et  $R$  que l'on déterminera.

b)- Calculer  $T_p$  et  $T(L)$ .

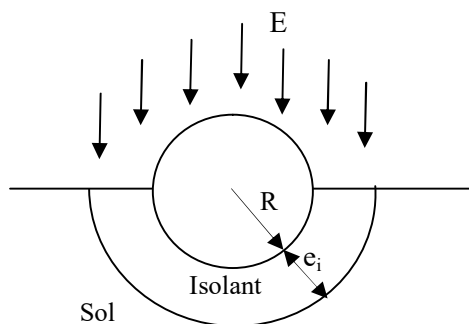
c)- Calculer le flux  $\phi_p$  traversant le plan d'abscisse  $x=0$ . Justifier quantitativement l'importance de la présence des plaques entre les tubes.

5. Chacun des tubes de ce collecteur solaire est le siège d'un écoulement d'eau de vitesse moyenne égale à  $v = 1 \text{ cm.s}^{-1}$ .

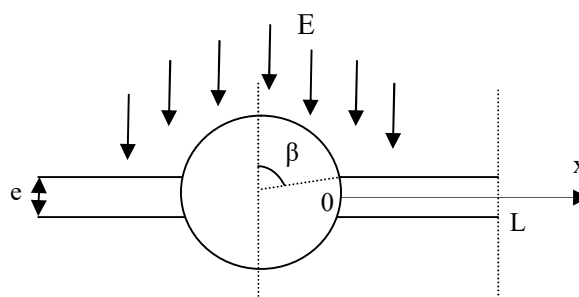
L'échange convectif local entre ce fluide, de température  $T_F(y)$  et la paroi interne du tube, de température  $T_P$ , est décrit à l'aide du coefficient  $h_F = 200 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ . Si  $T_P = 70 \text{ }^\circ\text{C}$  et  $T_F(0) = 15 \text{ }^\circ\text{C}$  :

- calculer la température de l'eau à la sortie du collecteur :  $T_F(l)$ .
- quelle température aurait-on obtenu en l'absence de plaques ? Conclure.

Données :  $L=142 \text{ mm}$ ,  $l=1 \text{ m}$ ,  $e=2 \text{ mm}$ ,  $R=1 \text{ cm}$ ,  $\lambda=75 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .



**Fig.1**



**Fig.2**