

Solution de la série 5 : TD Mécanique des fluides

Exercice 1 :

1) Viscosité cinématique : $\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\mu}{d \cdot \rho_{\text{eau}}}$ A.N. $\nu = \frac{0,11}{1000 \cdot 0,932} = 118 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$

2) Vitesse d'écoulement : $V = \frac{4 \cdot q_V}{\pi \cdot D^2}$ A.N. $V = \frac{4 \cdot 19,7 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0,25^2} = 0,4013 \text{ m/s}$

3) Nombre de Reynolds : $\text{Re} = \frac{V \cdot D}{\nu}$ A.N. $\text{Re} = \frac{0,4013 \cdot 0,25}{118 \cdot 10^{-6}} = 850,222$

4) $\text{Re} < 2000$ donc l'écoulement est laminaire.

5) Formule de poiseuille : $\lambda = \frac{64}{\text{Re}}$

A.N. $\lambda = \frac{64}{850,211} = 0,07527$

6) Perte de charge linéaire : $J_L = -\lambda \cdot \frac{V^2}{2} \cdot \left(\frac{L}{D} \right)$

A.N. $J_L = -0,07527 \cdot \frac{0,4013^2}{2} \cdot \left(\frac{1650}{0,25} \right) = 40 \text{ J/Kg}$

Exercice 2 :

1) Equation de Bernoulli : $\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(Z_2 - Z_1) = J_{12}$

or $V_1 = V_2$ et $Z_1 = Z_2$ et $J_{12} = J_L = -\frac{1}{2} \lambda V^2 \left(\frac{L}{d} \right)$

Donc $\lambda = \frac{2 \Delta P \cdot d}{\rho V^2 \cdot L}$ A.N. $\lambda = \frac{2 \cdot 1,5 \cdot 10^5 \cdot 0,12}{961,15^2 \cdot 130} = 0,128$

2) Loi de Poiseuille $\lambda = \frac{64}{R_e} \Rightarrow R_e = \frac{64}{\lambda}$ A.N. $R_e = \frac{64}{0,128} = 500$

3) $R_e = \frac{V \cdot d}{\nu} \Rightarrow \nu = \frac{V \cdot d}{R_e}$ A.N. $\nu = \frac{0,15 \cdot 0,12}{500} = 36 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

Exercice 3 :

1) Vitesse d'écoulement V : $V = \frac{4.Q_V}{\pi.d^2}$ A.N. $V = \frac{4.2,5.10^{-3}}{\pi.0,1^2} = 0,318 \text{ m/s}$

2) Nombre de Reynolds : $R_e = \frac{V.d}{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)}$ A.N. $R_e = \frac{0,318.0,1}{\left(\frac{0,7}{896}\right)} = 40,7$

3) $R_e < 2000$: il s'agit d'un écoulement laminaire.

4) Formule de Poiseuille : $\lambda = \frac{64}{\text{Re}}$ A.N. $\lambda = \frac{64}{40,7} = 1,57$

5) $\Delta P_{\text{linéaire}} = -\lambda.\rho.\frac{V^2}{2}.\left(\frac{L}{d}\right)$ A.N. $\Delta P_{\text{linéaire}} = -1,57.896.\frac{0,318^2}{2}.\left(\frac{42}{0,1}\right) = -29873,16 \text{ Pa}$

6) $\Delta P_{\text{sin gulière}} = -K_s.\rho.\frac{V^2}{2}$ A.N. $\Delta P_{\text{sin gulière}} = -(2.0,2 + 2.0,3 + 0,4).896.\frac{0,318^2}{2} = -63,42 \text{ Pa}$

7) Pression de sortie P_L :

$P_L = P_A + \Delta P_{\text{linéaire}} + \Delta P_{\text{sin gulière}}$ A.N. $P_L = 8 - 0,29873 - 0,00063 = 7,7 \text{ bar}$

8) $P_L' = P_A - 4.(0,29873 + 0,00063)$ A.N. $P_L' = 8 - 4.(0,29873 + 0,00063) = 6,8 \text{ bar}$

Commentaire : Dans cet exercice, la perte de charge singulière ne dépasse même pas 1 % par rapport à la perte de charge linéaire. Son effet est négligeable sur le résultat de la pression de sortie.

Exercice 4 :

$$\mathbf{1)} \quad \vec{F} = q_m \cdot (\vec{V}_1 - \vec{V}_2) = q_m \cdot \|\vec{V}_1\| \cdot \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \end{pmatrix} \right] \Rightarrow \begin{cases} F_x = q_m \cdot \|\vec{V}_1\| \cdot (1 - \cos \beta) \\ F_y = -q_m \cdot \|\vec{V}_1\| \cdot \sin \beta \end{cases}$$

$$\text{A.N.} \quad \begin{cases} F_x = 2.3 \cdot (1 - -0,5) = 9 \text{ N} \\ F_y = -2.3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -5,19 \text{ N} \end{cases}$$

$$\mathbf{2)} \quad \text{tg} \alpha = \frac{F_y}{F_x} \quad \text{A.N.} : \quad \text{tg} \alpha = \frac{-5,19}{9} = -0,5773 \Rightarrow \alpha = -30^\circ$$