Université Abdelmalek Essaadi **Année Universitaire 2019-2020**
ENSA Tanger

Optique géométrique AP1: TD 4

Exercice1 : Système dioptrique

Soient deux dioptres sphériques que l'on représente sur la figure ci-dessous

On pose : $\overline{S_1C_1} = -\overline{S_2C_2} = \overline{C_1C_2} = R \qquad (n_1 = 1 \;\text{ et }\; n_2 = 1{,}5)$

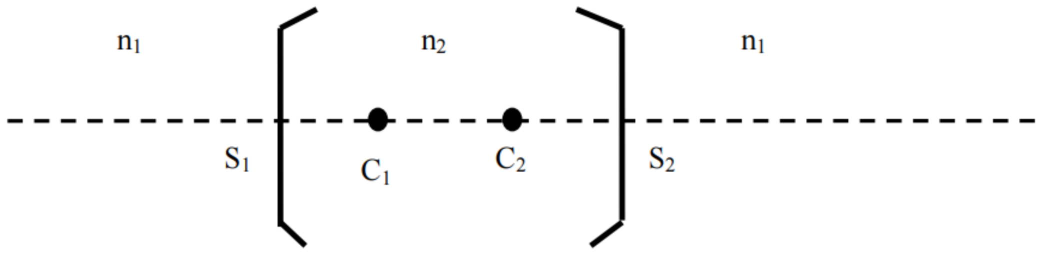
1- Déterminer les positions des foyers de chacun des dioptres.

2- Déterminer les plans principaux de chacun des dioptres.

3- Déterminer les foyers du système

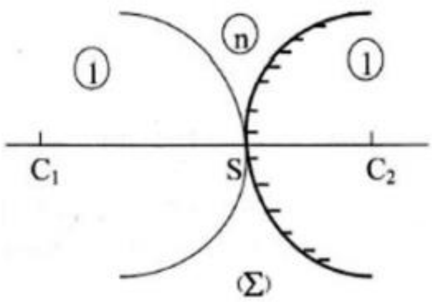
4- Quelles relations doivent vérifier les distances focales du système.

5- Déterminer géométriquement la position du plan principal image et en déduire la position du plan principal objet. Vérifier ce dernier résultat à partir de construction géométrique.



Exercice 2 Système catadioptrique

On considère un système catadioptrique (∑) d'indice n, plongé dans l'air constitué d'un dioptre sphérique (DS), de sommet S et de centre C_1, et d'un miroir sphérique (MS), de même sommet S et de centre C_2, comme le montre la figure ci-dessous.



1- En supposant qu'à travers (∑), un objet A peut avoir trois image A_o, A_1 et A' selon le trajet suivant :

$$A \xrightarrow{DS} A_o \xrightarrow{MS} A_1 \xrightarrow{DS} A'$$

Ecrivez la formule de conjugaison relative à chaque passage en considérant l'origine au sommet S.

2- En déduire la formule de conjugaison du système (∑) reliant les points conjugués A et A'.

3- Montrer que le système (∑) est équivalent à un miroir sphérique de sommet S et de centre C dont on déterminera le rayon de courbure $R = \overline{SC}$ en fonction de $R_1 = \overline{SC_1}$ et $R_2 = \overline{SC_2}$

4- Quelle est la nature de ce miroir équivalent ?

<u>Exercice 3</u> ***<u>Doublet</u>***

On considère un doublet constitué de deux lentilles minces L_1 et L_2 de centres optiques O_1 et O_2, de même axe principal et baignant dans l'air.

Le doublet a pour symbole (3, 2, 1) et pour épaisseur optique $e = \overline{O_1O_2}$

1- Donner la relation qui lie f'_1, f'_2 et e au symbole du doublet.

2- Sachant que l'épaisseur e = 30 mm, calculer les distances focales images f'_1 et f'_2 .

3- Déterminer par calcul les positions des points cardinaux du doublet :

F, F', H et H' (on donnera $\overline{F_1F}$, $\overline{F'_2F'}$, $\overline{HF}$ et $\overline{H'F'}$).

4- Construire géométriquement les points cardinaux puis mesurer les grandeurs algébriques :

$\overline{F_1F}$, $\overline{F'_2F'}$, $\overline{HF}$ et $\overline{H'F'}$. Comparer aux résultats obtenus en 3.

<u>Exercice 4</u> ***<u>Œil</u>***

Un individu myope ne peut pas voir nettement des objets situés à plus de 40 cm.

Pour corriger sa myopie, il souhaite porter des lentilles de contact. On se place dans les conditions de l'approximation de Gauss.

1- Quel type de lentille de contact faut-il pour corriger ce défaut (lentille convergente ou divergente) ? Trouver sa distance focale.

2- La lentille de contact est une lentille mince collée sur l'œil de rayon de courbure égale à 7,7 mm. Trouver les rayons de courbure de la lentille de contact sachant que son indice est égal à n =1,5.

<u>Exercice 5</u> ***<u>Lunette astronomique</u>***

Pour projeter sur un écran une image assez grande du Soleil, dont le diamètre apparent est 30 minutes, on utilise une lunette astronomique dont la distance focale de l'objectif est de **1m** et celle de l'oculaire de **4 cm**.

On rend d'abord la lunette afocale, puis on éloigne l'oculaire de **2mm**.

Déterminer la nature, la position et la grandeur de l'image.

Correction de l'exercice 1

1- a- Position des foyers F_1 et F_1' du 1^er dioptre

$$A \xrightarrow{D_1 (S_1, C_1)} A_1 \xrightarrow{D_2 (S_2, C_2)} A' \quad (\text{avec} : \overline{S_1C_1} = - \overline{S_2C_2} = \overline{C_1C_2} = R)$$

(n_1) (n_2) (n_1)

Formules de conjugaison :

Pour D_1 : $$\frac{n_1}{\overline{S_1A}} - \frac{n_2}{\overline{S_1A_1}} = \frac{n_1-n_2}{\overline{S_1C_1}} = \frac{n_1-n_2}{R} \qquad (1)$$

Pour D_2 : $$\frac{n_2}{\overline{S_2A_1}} - \frac{n_1}{\overline{S_2A'}} = \frac{n_2-n_1}{\overline{S_2C_2}} = \frac{n_1-n_2}{R} \qquad (2)$$

$$\boxed{\overline{S_1F_1} = \frac{n_1\overline{S_1C_1}}{n_1-n_2} = \frac{n_1R}{n_1-n_2}} \qquad \textbf{AN :} \quad \boxed{\overline{S_1F_1} = -2R}$$

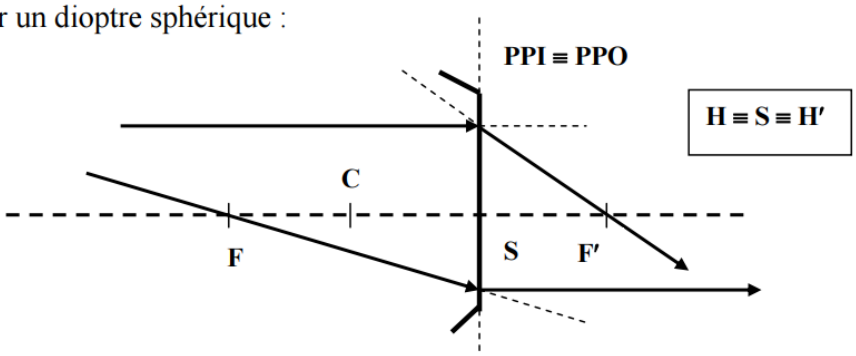
$$\boxed{\overline{S_1F_1'} = \frac{n_2\overline{S_1C_1}}{n_2-n_1} = \frac{n_2R}{n_2-n_1}} \qquad \textbf{AN :} \quad \boxed{\overline{S_1F_1'} = 3R}$$

b- Position des foyers F_2 et F_2' du 2^ème dioptre

$$\boxed{\overline{S_2F_2} = \frac{n_2\overline{S_2C_2}}{n_2-n_1} = \frac{n_2R}{n_1-n_2}} \qquad \textbf{AN :} \quad \boxed{\overline{S_2F_2} = -3R}$$

$$\boxed{\overline{S_2F_2'} = \frac{n_1\overline{S_2C_2}}{n_1-n_2} = \frac{n_1R}{n_2-n_1}} \qquad \textbf{AN :} \quad \boxed{\overline{S_2F_2'} = 2R}$$

2- Pour un dioptre sphérique :



Donc les plans principaux sont confondus et passent par le sommet S du D.S :

Pour $D_1 (S_1,C_1)$: $H_1 \equiv S_1 \equiv H_1'$

Pour $D_2 (S_2,C_2)$: $H_2 \equiv S_2 \equiv H_2'$

3- Déterminons les foyers du système :

- **Foyer objet F :**

$$A \xrightarrow{D_1\,(S_1,\,C_1)} A_1 \xrightarrow{D_2\,(S_2,\,C_2)} A'$$

$$A \equiv F \longrightarrow A_1 \equiv F_2 \longrightarrow A' \to \infty$$

F_2 est l'image de F à travers le 1[er] dioptre (D_1)

Appliquons la formule de Newton à $D_1 \Rightarrow \overline{F_1F}\,.\,\overline{F_1'F_2} = \overline{S_1F_1}\,.\,\overline{S_1F_1'} = f_1\, f_1'$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{F_1F} = \frac{f_1\, f_1'}{\overline{F_1'F_2}}}$$

AN : $f_1 = \overline{S_1F_1} = -2\,R$; $f_1' = \overline{S_1F_1'} = 3\,R$ et $\overline{F_1'F_2} = -3R$.

$$\Rightarrow \boxed{\overline{F_1F} = 2R} \quad \Rightarrow \quad F \equiv S_1 \equiv F_2$$

- **Foyer image F′**

$$A \xrightarrow{D_1\,(S_1,\,C_1)} A_1 \xrightarrow{D_2\,(S_2,\,C_2)} A'$$

$$A \to \infty \longrightarrow A_1 \equiv F_1' \longrightarrow A' \to F'$$

F' est l'image de F_1' à travers "D_2"

Appliquons la formule de Newton à $D_2 \Rightarrow \overline{F_2F_1'}\ \overline{F_2'F'} = \overline{S_2F_2}\ \overline{S_2F_2'} = f_2\, f_2'$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{F_2'F'} = \frac{f_2\, f_2'}{\overline{F_2F_1'}}}$$

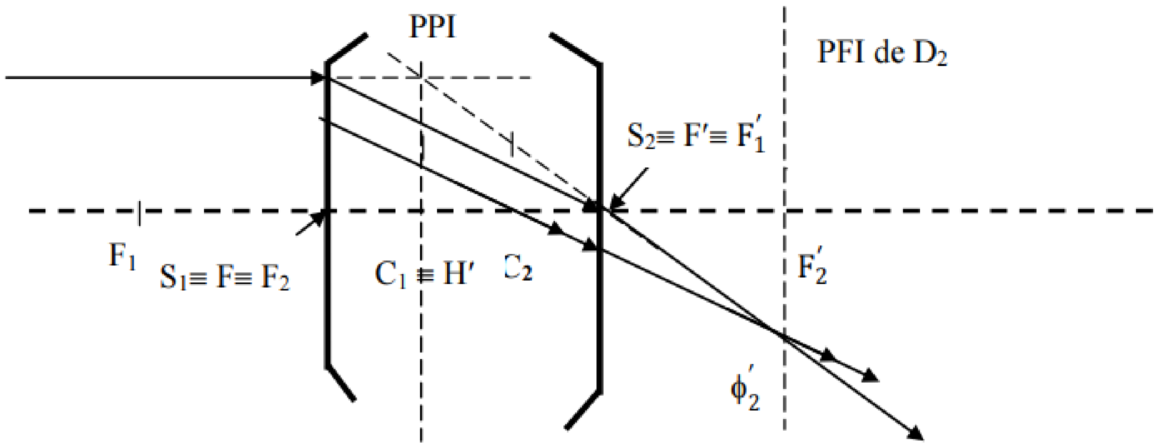
AN : $f_2 = \overline{S_2F_2} = -3\,R$; $f_2' = \overline{S_2F_2'} = 2\,R$ et $\overline{F_2F_1'} = 3R$.

$$\Rightarrow \boxed{\overline{F_2'F'} = -2R} \quad \Rightarrow \quad F' \equiv S_2 \equiv F_1'$$

4- La relation entre les distances focales du système :

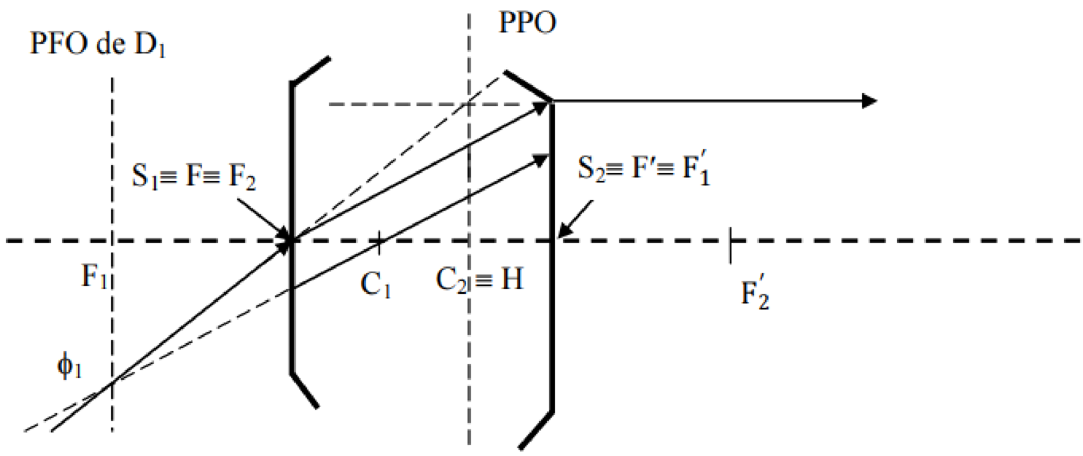
$$\frac{\overline{H'F'}}{\overline{HF}} = -1 \text{ (Les milieux extrêmes sont identiques)} \Rightarrow \boxed{\overline{H'F'} = -\overline{HF}}$$

5- Détermination du plan principal image :



D'après la construction géométrique, on mesure : $\overline{H'F'} = 2\,R \Rightarrow \overline{HF} = -\,2R$

- Détermination du plan principal objet (Vérification géométrique) :

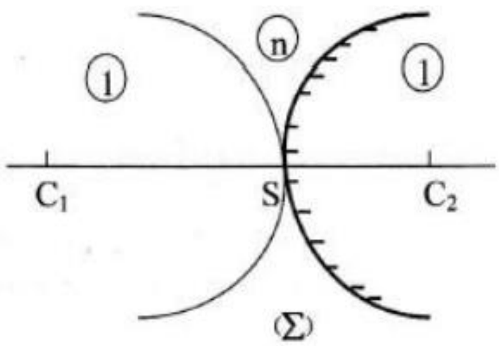


<u>Correction de l'exercice 2</u>

1. $\underset{(1)}{A} \xrightarrow{DS} \underset{(n)}{A_0}$ $\qquad \dfrac{1}{\overline{SA}} - \dfrac{n}{\overline{SA_0}} = \dfrac{1-n}{\overline{SC_1}} \quad (1)$

$\underset{(n)}{A_0} \xrightarrow{MS} \underset{(n)}{A_1}$ $\qquad \dfrac{1}{\overline{SA_0}} + \dfrac{1}{\overline{SA_1}} = \dfrac{2}{\overline{SC_2}} \quad (2)$

$\underset{(n)}{A_1} \xrightarrow{DS} \underset{(1)}{A'}$ $\qquad \dfrac{n}{\overline{SA_1}} - \dfrac{1}{\overline{SA'}} = \dfrac{n-1}{\overline{SC_1}} \quad (3)$



2. (1) +[n x (2)] - (3) : $\boxed{\dfrac{1}{\overline{SA}} + \dfrac{1}{\overline{SA'}} = \dfrac{2(1-n)}{\overline{SC_1}} + \dfrac{2n}{\overline{SC_2}}}$

3. la formule de conjugaison du système (Σ) est équivalente à celle d'un miroir sphérique de sommet S, de centre C et de rayon $R = \overline{SC}$ tel que :

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}} \Longrightarrow \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{2(1-n)}{\overline{SC_1}} + \frac{2n}{\overline{SC_2}} \Longrightarrow \frac{1}{R} = \frac{1-n}{R_1} + \frac{n}{R_2}$$

$$\Longrightarrow \boxed{R = \frac{R_1 R_2}{nR_1 + (1-n)R_2}}$$

4. $R1 < 0$, $R2 > 0$ et $n > 1$; ceci implique que $R > 0$.

Par conséquent, le miroir sphérique équivalent est convexe.

Correction de l'exercice 3

1) D'après le cours, le symbole d'un doublet de lentilles minces (L_1 et L_2) est caractérisé par un triplet (**m**, **n**, **p**), tel que : $\frac{f'_1}{m} = \frac{e}{n} = \frac{f'_2}{p} = a$

Par convention, l'axe optique est orienté dans le sens de propagation de la lumière.

- « a » est une constante (longueur) qui fixe " l'échelle " ;
- « **m, n** et **p** » sont 3 nombres algébriques entiers. Le triplet (**m**, **n**, **p**) constitue le symbole du doublet.

« **m** » et « **p** » sont des nombres positifs pour les lentilles convergentes et négatifs pour les lentilles divergentes. Par contre le « **n** » est toujours positif.

1) Dans notre cas, on a : $\frac{f'_1}{3} = \frac{e}{2} = \frac{f'_2}{1} = a = cste,$

2) Sachant que : $e = \overline{O_1O_2} = 30\ mm$,

on en déduit que $f'_2 = \frac{e}{2} = 15\ mm$ et $\frac{f'_1}{3} = 15\ mm \Rightarrow f'_1 = 45\ mm.$

3) Détermination de la position des points cardinaux : F, F', H et H'.

L'intervalle optique du doublet est : $\Delta = -f'_1 + e + f_2$ **;**

A.N : $\Delta = -45 + 30 + (15) = -30\ mm.$

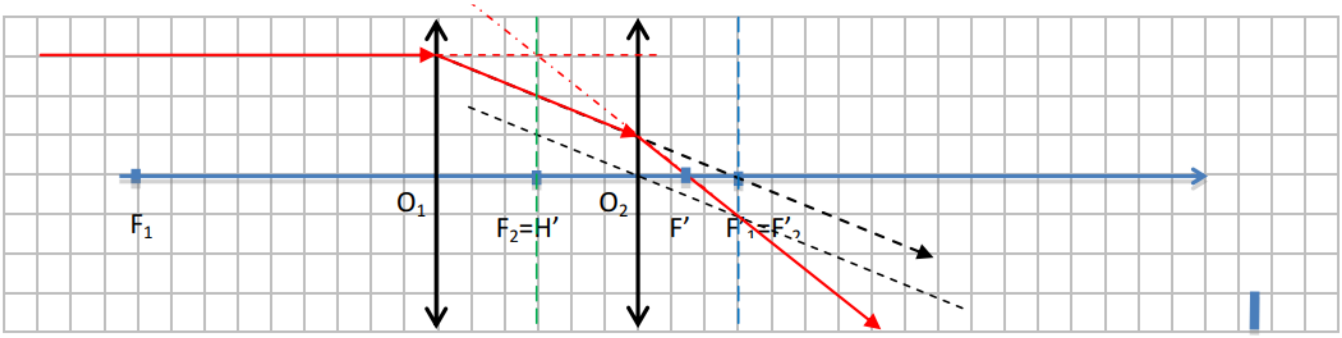
Position des Foyer F et F'.

- $\overline{F_1F} = \frac{f_1.f'_1}{\Delta}, \Rightarrow \overline{F_1F} = 67{,}5\ mm$
- $\overline{F'_2F'} = -.\frac{f_2.f'_2}{\Delta}, \Rightarrow \overline{F'_2F'} = -7{,}5\ mm$

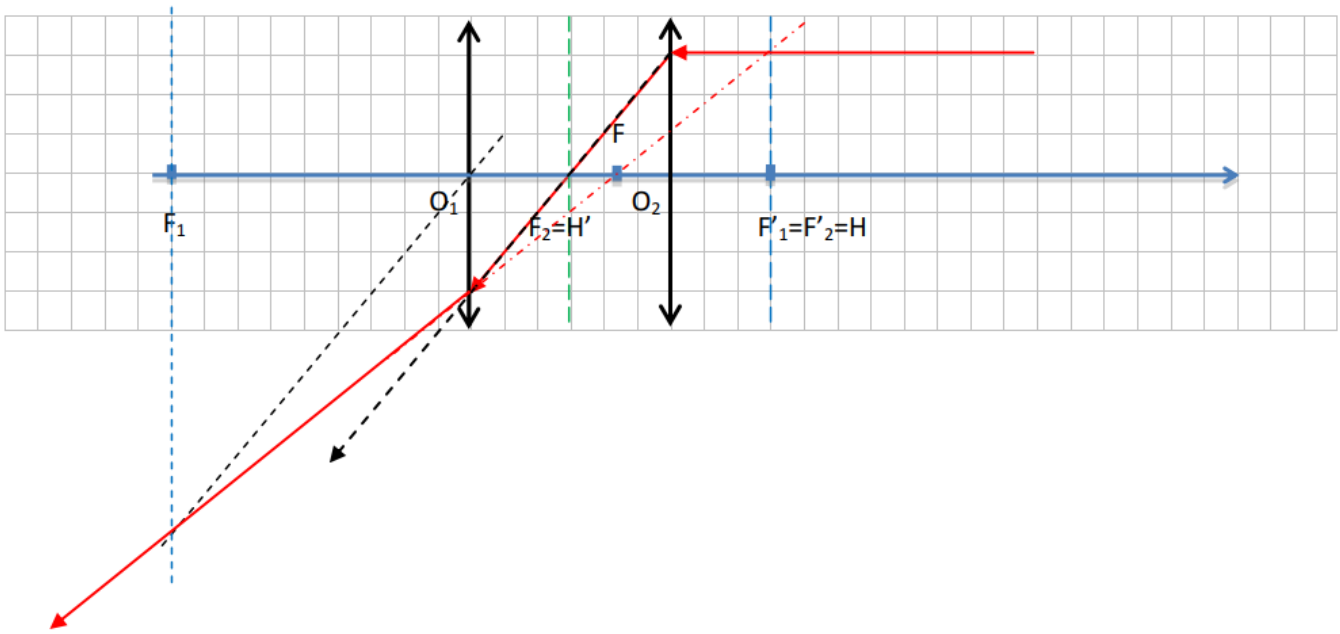
Position des points principaux H et H'.

- $\overline{HF} = \frac{f_1.f_2}{\Delta}, \Rightarrow \overline{HF} = -22{,}5\ mm$
- $\overline{H'F'} = -.\frac{f'_1.f'_2}{\Delta} = -\overline{HF}, \Rightarrow \overline{H'F'} = 22{,}5\ mm$

4) Construction géométrique : Détermination de F' et de H'.



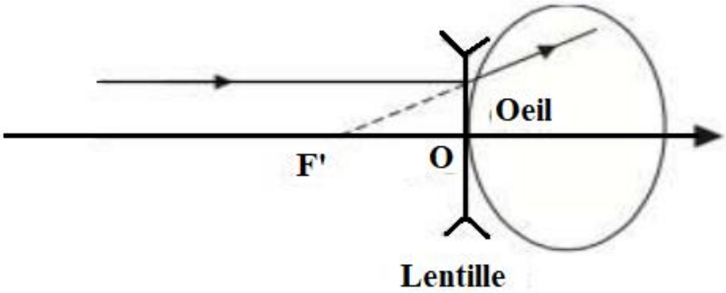
On relève sur le papier millimétré que : H' est confondu avec F_2 et que $\overline{H'F'} \approx 22{,}5\ mm$



On relève sur le papier millimétré que : H est confondu avec F'$_2$ et que $\overline{HF} \approx -22{,}5\ mm$.

Correction de l'exercice 4

1- Pour corriger ce défaut de myopie, on choisit une lentille qui va ramener les objets de l'infini à la distance de 40 cm de l'œil. Il s'agit nécessairement d'une lentille divergente comme le montre la figure suivante.



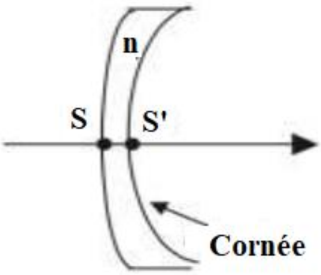
On a donc $\overline{OF'} = -0{,}4\,\text{m}$.

2- La lentille de contact est donc un ménisque de rayons de courbure R et R' où R' est le rayon de courbure de la cornée. D'après la relation suivante :

$\dfrac{1}{\overline{OF'}} = (n-1)\left(\dfrac{1}{\overline{SC}} - \dfrac{1}{\overline{S'C'}}\right)$ et sachant que $\overline{S'C'} = 0{,}0077\ \text{m}$, on trouve :

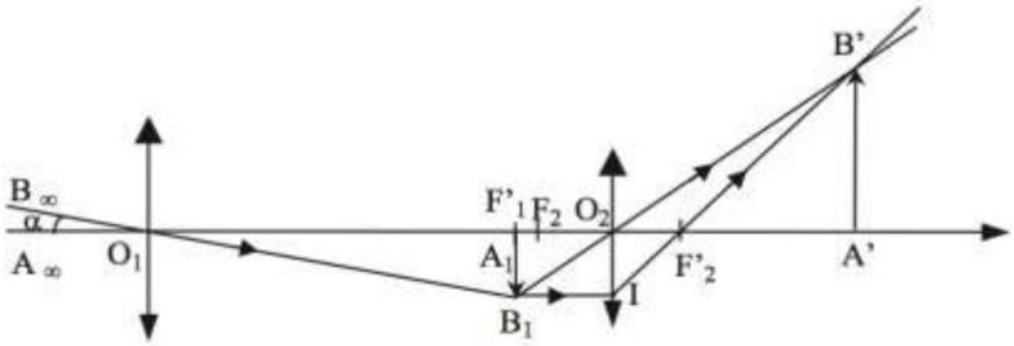
$$\overline{SC} = \frac{1}{\dfrac{1}{\overline{S'C'}} + \dfrac{1}{(n-1)\overline{OF'}}} = 0{,}008\text{m}$$

Il s'agit donc d'un ménisque à bords épais (qui est bien une lentille divergente)



Correction de l'exercice 5

Construction géométrique :



L'axe de la lunette est dirigé vers le centre du Soleil. L'image donnée par l'objectif se forme dans son plan focal image : c'est un cercle de centre $A_1 \equiv F'_1$ et de rayon A_1B_1.

L'oculaire donne l'image définitive qui est le cercle de centre A' et de rayon A'B'

L'image intermédiaire $\overline{A_1B_1}$ se trouve avant le foyer image de l'oculaire puisque l'on a reculé l'oculaire, l'image définitive $\overline{A'B'}$ est donc réelle, droite et plus grande que $\overline{A_1B_1}$.

La position de A' est donnée par la relation de conjugaison avec origine aux foyers de

$$\overline{F_2A_1}.\overline{F'_2A'} = \overline{F_2O_2}.\overline{F'_2O_2} = -(f_2')^2$$

l'oculaire :

$$\overline{F'_2A'} = \frac{-(f_2')^2}{\overline{F_2A_1}} = \frac{-(f_2')^2}{\overline{F_2F'_1}} = \frac{-16}{-0{,}2} = 80\ \text{cm}$$

Le grandissement de l'oculaire est :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{O_2I}} = \frac{80}{4} = 20$$

Dans le triangle rectangle $O_1A_1B_1$ on a :

$$\alpha = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_1F'_1}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{f'_1} = 15mn = \frac{1}{220}\ radian$$

(α est la moitié du diamètre apparent du Soleil)

Soit : $A_1B_1 = \alpha.f_1' = \dfrac{100}{220} = 0{,}45\ \text{cm}$

D'où $A'B' = 20\ A_1B_1 = 9\ \text{cm}$

L'image est donc réelle, droite, à 84 cm de l'oculaire et a pour diamètre 18 cm.